

Свойства функций квази-плотности вероятностей для квантовых систем с электромагнитным взаимодействием

Перепёлкин Е.Е.^{1,2}, Полякова Р.В.¹, Садовников Б.И., Иноземцева Н.Г.², Афонин П.В.

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Физический факультет, Москва, 119991, Россия, pevgeny@mail.ru, afonin.pv19@physics.msu.ru

¹Объединенный институт ядерных исследований, Московская область, Дубна, 141980, Россия, polykovarv@mail.ru

²Государственный университет «Дубна», Московская область, Дубна, 141980, Россия

В работе изучались свойства функций квази-плотности вероятностей для квантовых систем с электромагнитным взаимодействием двух типов: функция Вигнера и калибровочно-инвариантная функция Вейля-Стратоновича (1). Обе функции используются для описания квантовых систем в фазовом пространстве. Термин «квази-плотность» обусловлен наличием отрицательных значений плотности вероятностей.

Сравнительный анализ свойств функций квази-плотностей выполнен на точных модельных решениях электромагнитного уравнения Шрёдингера. Выяснилось, что функция Вейля-Стратоновича в отличие от функции Вигнера нарушает теорему Хадсона и ее обобщения на 3D случай для гауссовой волновой функции. На основе ПСИ-модели найдено точное решение электромагнитного уравнения Шрёдингера, для которого функция Вейля-Стратоновича является положительной всюду в фазовой области. Показано, что координатные плотности вероятностей для функций Вигнера и Вейля-Стратоновича совпадают, а импульсные плотности нет. Проведено сравнение ряда средних кинематических величин, вычисленных по обеим функциям квази-плотности.

Получено эволюционное уравнение для функции Вигнера для электромагнитной системы в математической форме, близкой ко второму уравнению Власова, что позволило предложить электромагнитную аппроксимацию Власова-Моэля. Полученная динамическая аппроксимация позволяет разорвать бесконечную само-зацепляющуюся цепочку уравнений Власова на втором уравнении и рассматривать квази-классические электромагнитные системы, а также оценить корректность феноменологической аппроксимации Власова, используемой в физике плазмы, ускорительной физике и астрофизике.

$$f_w(\vec{r}, \vec{P}, t) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \int_{\mathbb{R}^3} e^{-\frac{i}{\hbar} \vec{P} \cdot \vec{s}} \left[\bar{P} + \frac{q}{2} \int_{-1}^1 \vec{A}(\vec{r} + \tau \frac{\vec{s}}{2}, t) d\tau \right] \rho\left(\vec{r} + \frac{\vec{s}}{2}, \vec{r} - \frac{\vec{s}}{2}, t\right) d^3s, \quad (1)$$