ПРОБЛЕМА РЕДУКЦИИ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ К ЗАДАЧЕ КОШИ ПРИ АСИМПТОТИЧЕСКОМ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЯ БЛАЗИУСА

Шатров А.В.
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Политехническая, 29, тел. shatrov_av@spbstu.ru

Почти 120 лет тому назад на III Международном математическом конгрессе Л. Прандтль в своем докладе «О движении жидкости при очень малом трении» обосновал концепцию пограничного слоя, определившую всю дальнейшую историю развития гидро-аэродинамики в контексте взаимодействия потока жидкости при обтекании твердых тел. Почти сразу после публикации гипотезы Л. Прандтля Г. Блазиус представил вывод уравнений пограничного слоя на плоской пластине [1]. Блазиус построил асимптотическое решение задачи, используя асимптотическое разложение функции тока в предельных областях потока: в окрестности твердой поверхности и внешней границы пограничного слоя, применив метод сращивания этих асимптотик. Этот метод в дальнейшем был развит М. Ван Дайком (Matching method [2]). Одним из принципов асимптотических методов решения краевых задач является гипотеза о существовании асимптотик для двух предельных значений параметра: если для $\zeta \to 0$ существует нетривиальная асимптотика, то можно построить и асимптотику для $\zeta \to \infty$. Для соединения неперекрывающихся асимптотик разработаны методы, опирающийся на двухточечные аппроксимации Паде (TPPA) [3]. В последнее время появилось много работ, в которых некорректно используется методика применения аппроксимации Паде. В частности, в работах [4,5] производится редукция краевой задачи Блазиуса к задаче Коши с последующим использованием для решения одноточечной аппроксимации Паде. Сама по себе процедура обращения краевой задачи к задаче Коши корректна, тем более, что исторически для численного решения уравнения Блазиуса широко использовался метод пристрелки [6]. Однако, авторы вышеупомянутых работ [4,5] используют асимптотику сингулярной области для аналитического продолжения с помощью одноточечной аппроксимации Паде, не учитывая того факта, что внутренняя асимптотика является степенной при разложении по малому параметру $\zeta \to 0$, а внешняя асимптотика имеет экспоненциальное разложение по $\zeta \to \infty$. Если не учитывать принципиального различия асимптотических разложений, то в сингулярной области $\zeta \to 0$ неизбежно наблюдается накопление ошибки решения, несмотря на то что при редукции краевой задачи авторы дополняют условия задачи Коши соотношением, обеспечивающим выполнение внешнего условия уравнения Блазиуса. Это объясняется тем фактом, что радиус сходимости одноточечной аппроксимации Паде ограничен в пределах пограничного слоя.

Литература

1. *Blasius H.* Grenzschichten in Flüssigkeiten mit kleiner Reibung. Z. Math. U. Phys., 56, 1908, 1963. Pp.1-37.
2. *Ван Дайк М.* Методы возмущений в механике жидкости. М: Мир, 1967, 310 с.
3. *Andrianov I.V., Shatrov A.V.* Padé Approximants, Their Properties, and Applications to Hydrodynamics Problems// Symmetry, 13, 2021, 1869. doi.org/10.3390/sym13101869
4. *Albarakati W.A., Ahmad F.* Application of Pade Approximation to Solve the Blasius Problem. Proc. Pakistan Acad. Sci. 44, 2, 2007. Pp. 17-20
5. *Asaithambi A.* On the Use Recursive Evolution of Derivates and Pade Approximation to Solve Blasius Problem. J. of Computational Methods in Physics Vol. 2016, Article ID 3698251,
6. *Калиткин Н. Н.* Численные методы М.: Наука, 1978