

ВЫМИРАНИЕ И СОСУЩЕСТВОВАНИЕ ПОПУЛЯЦИЙ В 3D-МОДЕЛИ

Бурдилова В.В., Крищенко А.П.

ИПУ РАН Россия, 117997, Москва, ул. Профсоюзная, д. 65, 89168191100, burvv@ipu.ru
 МГТУ им. Н.Э. Баумана, РФ, 105005, Москва, ул.2-я Бауманская, д.5, 84992636633,
 apkri@bmstu.ru, yarkri@yandex.ru

Рассматривается система [1] с переменными $x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}_{+,0}^3$ и параметрами из \mathbb{R}_+^9 , где $x_1(t)/x_2(t)/x_3(t)$ – плотности популяций восприимчивых жертв/инфицированных жертв/хищников.

Найдены все (≤ 4) положения равновесия (ПР) и условия их асимптотической устойчивости. Доказано, что все положительные полутраектории неограниченно продолжаются вправо, ограничены, стремятся к своим ω -предельным множествам, которые содержатся в найденных компактных положительно инвариантных множествах. Установлено существование глобального аттрактора и указаны конечные границы для переменных системы и функций от них, которые также характеризуют асимптотическое поведение траекторий. Получены условия вымирания популяций и их сосуществования.

Введен бифуркационный параметр λ и разбиение пространства параметров на три части, которые позволили проинтерпретировать полученные результаты с помощью трех двумерных таблиц, соответствующих упорядоченным наборам чисел

$$A = \frac{\mu_1\mu_2}{\beta}, \quad B = \frac{\mu_1\mu_3}{qp_1}, \quad C = \frac{\mu_2\mu_3}{p_2q} + \frac{\mu_1\mu_2}{\beta} - \frac{\mu_2^2 p_1}{p_2\beta}, \quad D = \frac{\beta\mu_3^2}{p_1 p_2 q^2} - \frac{\mu_2\mu_3}{qp_2} + \frac{\mu_1\mu_3}{qp_1}.$$

Одна из таблиц соответствует случаю $A < B < C < D$ и имеет следующий вид

λ	$E_1(*, 0, 0)$	$E_2(*, 0, x_3)$	$E_3(*, *, 0)$	$E_4(*, *, *)$
$(0, A)$	Ас. уст.	2* \nexists	\nexists	3* \nexists
(A, B)	4*Неуст.	2*Неуст.	2*Ас. уст.	
(B, C)			2*Неуст.	
(C, D)		2*Неуст.	Гл. ас. уст. в $\mathbb{R}_{+,0}^3$	
(D, ∞)		Ас. уст.	\nexists	

В работе использовались построение функции Ляпунова и метод локализации инвариантных компактов [2–3]. Рассмотрены численные примеры.

Литература.

1. A.F. Bezabih, G.K. Edessa, P.R. Koya Mathematical Eco-Epidemiological Model on Prey-Predator System// *Math. Modelling and Appl.* **5**, 2020. Стр 183-190.
2. А.П. Крищенко Локализация инвариантных компактов динамических систем//*Дифференц. уравнения* **41**, 2005. Стр 1597–1604.
3. А.П. Крищенко Итерационные последовательности метода локализации//*Дифференц. уравнения* **60**, 2024. Стр 1460-1470.