

ВЫРОЖДАЮЩИЕСЯ ПАРАБОЛИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ КАК МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЭПИДЕМИИ ПО ТЕРРИТОРИИ В УСЛОВИЯХ КАРАНТИНА

Серовайский С.Я.

Казахский национальный университет им. аль-Фараби,
Казахстан, 050078, Алматы, пр. аль-Фараби 71, +7 707 5242043, serovajskys@mail.ru

Прошедшая эпидемия COVID-19 актуализировала развитие математической эпидемиологии. Среди многочисленных математических моделей развития эпидемии наибольшей популярностью пользуются модели, относящиеся к классу *compartmental models*. В них вся популяция разбивается на группы людей (compartments), находящихся в том или ином эпидемиологическом состоянии – здоровые, больные, переболевшие и т.д. Такие модели представляют собой, как правило, системы нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений и описывают переходы людей со временем из одной группы в другую.

Для описания распространения эпидемии по территории используются модели, представляющие собой уравнения в частных производных параболического типа. В данном случае мы имеем дело с процессом переноса, аналогичным теплопроводности (тепло распространяется из горячей области в холодную), диффузии (вещество распространяется из области с его высокой концентрацией в область с низкой концентрацией), миграции животных (животные мигрируют из области, где их численность велика, а значит, наблюдается нехватка пищи, в достаточно свободную область), коммерческой деятельности (товары приобретаются там, где они в избытке, а значит, сравнительно дешевы, и распространяются там, где они в дефиците, а значит, их можно дорого продать) и др. Точно также больные люди, передвигаясь по территории, заражают здоровых, а здоровые, попадая в зараженную зону, вступают в контакты с больными. В результате эпидемия распространяется из зоны с высоким уровнем заболевания в область с малым числом заболевших.

Процессы переноса обычно описываются уравнениями типа теплопроводности и включают в себя коэффициенты переноса (коэффициенты теплопроводности, диффузии, электропроводности и т.п.), характеризующие способность окружающей среды переносить соответствующую субстанцию (тепло, вещество, заряд, товар и др.). Эти коэффициенты входят в главную часть операторов, будучи сомножителями перед вторыми пространственными производными от функции состояния системы (температуры, концентрации, количество товара, число зараженных людей и т.п.). Введение карантина в условиях эпидемии призвано, по возможности, сократить контакты между людьми, а значит, предотвратить распространение эпидемии. С математической точки зрения это соответствует обнулению коэффициентов переноса, входящего в рассматриваемую модель, а значит, вырождению имеющихся уравнений. В этой связи для описания распространения эпидемии по территории в условиях карантина предлагается использовать вырождающиеся параболические уравнения.