

ОБ ИЕРАРХИЧЕСКОМ РАССЛОЕНИИ ОДНОГО СЕМЕЙСТВА ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Андреева И.А., Единова Е.С., Кондратьева Н.В.

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого. irandr@inbox.ru

Основополагающая роль при математическом моделировании как природных явлений – биологических, экологических, экономических, астро- и геофизических, общественных процессов, так и техногенных факторов принадлежит дифференциальным уравнениям и динамическим системам, предоставляющим для такой деятельности математический фундамент и инструментарий. Преимущественного внимания для целей математического моделирования заслуживают динамические системы с полиномиальными правыми частями образующих их дифференциальных уравнений. В предлагаемой работе, служащей продолжением авторского оригинального исследования, изучается широкая категория систем дифференциальных уравнений, в правые части которых входят полиномиальные формы третьей и второй степеней. Полиномы взаимно просты, что подразумевает отсутствие у них общих корней. Динамические системы рассматриваются на расширенной вещественной плоскости своих фазовых переменных.

Процесс изучения динамических систем базируется как на классических методах качественной, в том числе локальной качественной, теории обыкновенных дифференциальных уравнений, так и на специально разработанных в ходе данного исследования приемах. Осуществляется расслоение глобальной категории динамических систем в структуру подсемейств ряда уровней, или слоев, иерархии. Для возникающих естественным образом подсемейств устанавливается вид их фазового портрета, отражающий в замкнутом круге Пуанкаре полную качественную картину их фазовых траекторий. Составлен каталог слоев иерархии подсемейств систем глобальной категории. Число последовательных уровней варьирует от трех до четырех для различных ветвей расслоения.

В верхнем иерархическом слое содержится 10 подсемейств динамических систем. Для последующих уровней расслоение определено характеристиками сепаратрис особых точек и прочими атрибутами фазовых траекторий. Показано на основании индекса особой точки отсутствие у динамических систем всей глобальной категории предельных циклов. Результаты предлагаемой работы, наряду с разработанными в ее ходе дополнениями к классическим методам ЛКТДУ, перспективны как в русле теоретических, так и в сфере прикладных разработок, связанных с математическим моделированием на основе динамических систем [1 - 3].

1. I.A. Andreeva, T.O. Efimova. On the Qualitative Study of Phase Portraits for Some Categories of Polynomial Dynamic Systems. // *Studies of Systems, Decision and Control*. 2022. Vol. 418. Cyber-Physical Systems: Modeling and Industrial Application. Springer. Pp. 39-50.

2. Andreeva I. Qualitative Investigation of Some Hierarchical Family of Cubic Dynamic Systems. // *Lobachevskii Journal of Mathematics*. 2024. Vol. 45 (1). Pp. 364 – 375.

3. Andreeva I.A., Efimova T.O., Kondratieva N.V. Hierarchy of Subfamilies of One Class of Cubic Dynamical Systems. // XXXVI Крымская осенняя мат. конференция Н.Д. Копачевского по спектральным и эволюционным задачам. 2025.