

# ТОЖДЕСТВА НА СФЕРЕ ДЛЯ НОРМАЛЬНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ПОЛИГАРМОНИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

**Карачик В.В.**

Южно-Уральский государственный университет,  
Институт естественных и точных наук, каф. математического анализа,  
Россия, 454080, Челябинск, пр.-т Ленина 76,  
Тел: 8(351)2679465,  
E-mail: karachik@susu.ru

Хорошо известно (см. например, [1]), что для гармонической в единичном шаре  $S \subset \mathbb{R}^n$  функции  $u \in C^m(\bar{S})$  верно равенство  $\int_{\partial S} \frac{\partial^m u}{\partial \nu^m} ds_x = 0$ ,  $m \in \mathbb{N}$ . В настоящей работе выясняется какие еще равенства такого вида могут иметь место для нормальных производных от  $k$ -гармонических в  $S$  функций  $u(x)$ , т.е. таких функций, что  $\Delta^k u = 0$  в  $S$ . В работе [2] исследовано свойство среднего для полигармонических функций и получены некоторые результаты, на основании которых выполнено настоящее исследование.

Пусть полиномы  $P_n(t)$  находятся из рекуррентного равенства  $P_n(t) + (2n-3)P_{n-1}(t) = t^2 P_{n-2}(t)$ ,  $n \geq 2$ , где следует считать, что  $P_0(t) = 1$ ,  $P_1(t) = 1$ .

**Теорема 1.** Для всякой  $m$ -гармонической в  $S$  функции  $u \in C^k(\bar{S})$  при  $k \geq m$  верны равенства

$$\int_{\partial S} P_{m-i} \left( \frac{\partial}{\partial \nu} \right) \frac{\partial^{2i} u}{\partial \nu^{2i}} ds_x = 0, \quad \int_{\partial S} \frac{\partial^j u}{\partial \nu^j} ds_x = 0,$$

где  $0 \leq i \leq m-1$  и  $2m \leq j \leq k$  при  $2m \leq k$ .

В работе [3] при исследовании арифметического треугольника, возникающего из условий разрешимости задачи Неймана для полигармонического уравнения был получен арифметический треугольник, похожий на арифметический треугольник, который составляют коэффициенты полиномов  $P_n(t)$ .

## Литература

1. Карачик В.В. О свойстве среднего для полигармонических функций в шаре // Математические труды, том 16, номер 2, год 2013. Стр. 69-88.
2. Karachik V.V. On the mean-value property for polyharmonic functions // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математическое моделирование и программирование, том 6, номер 3, год 2013, Стр. 59-66.
3. Карачик В.В. Об арифметическом треугольнике, возникающем из условий разрешимости задачи Неймана // Математические заметки, том 96, номер 2, год 2014, Стр. 228-238.