

## ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПОРТФЕЛЯ МИНИМАЛЬНОГО РИСКА

Нуртазина К.Б.

Евразийский национальный университет им.Л.Н.Гумилева,  
Факультет математики и информационных технологий, кафедра  
математического анализа, Казахстан, 0100000, г.Астана, ул.Мунайпасова, 3,  
Тел.: +7-701-999-17-69, E-mail.: [knurtazina@mail.ru](mailto:knurtazina@mail.ru)

Пусть на рынке обращаются  $n$  видов ценных бумаг. Вектор-столбец  $E = (e_i)$  размерности  $n$  есть вектор эффективностей ценных бумаг. Подразумевается, что среди ценных бумаг есть бумаги с ненулевой эффективностью,  $E \neq 0$ . Предполагается, что фондовый рынок обладает свойством: на фондовом рынке есть хотя бы две бумаги с неравными эффективностями.

Векторы-столбцы записываются в виде строк. Корреляционный момент случайных величин  $\xi_i, \xi_j$  называется их ковариацией и обозначается  $v_{ij}$ . Матрица ковариаций обозначается  $V$ . Она является симметрической и предполагается положительно определенной, то есть последнее означает, что  $X^T V X > 0$ , если  $X \neq 0$ . Если  $V$  не являлась бы положительно определенной, то существовала бы линейная комбинация ценных бумаг, которая была бы безрисковой. Для случайных величин  $\xi_i, \xi_j$  имеем  $|v_{ij}| \leq \sigma_i \sigma_j$ . Из положительной определенности матрицы  $V$  вытекает, что она имеет обратную матрицу  $V^{-1}$ , которая также симметрическая и положительно определенная.

Введем вектор-столбец  $I$  размерности  $n$ , все компоненты которого есть

$$\text{Обозначим } b = E^T V^{-1} E, \quad a = E^T V^{-1} I, \quad c = I^T V^{-1} I, \quad d = bc - a^2.$$

Числа  $a, b, c, d$  называются параметрами фондового рынка.

В докладе развивается и совершенствуется исследование содержательного смысла этих параметров.

Рассматривается фундаментальная оптимизационная задача о фондовом рынке

$$X^T V X \rightarrow \min$$

$$I^T X = 1, \quad X \geq 0.$$

Эта задача может быть сформулирована так: найти минимум (точку минимума или хотя бы само минимальное значение) симметричной положительно определенной квадратичной формы на симплексе.

То есть это – важная задача математического программирования.

Решение задачи дает портфель минимального риска из всех портфелей с неотрицательными компонентами. Так как допустимое множество компактно, то искомый портфель существует. К сожалению, имеющиеся методы решения этой задачи (квадратичное программирование, дискретное программирование) в явном виде решение этой задачи не дают.

Дается полное обоснование нерешенного ранее вопроса о влиянии параметров  $a, b, c, d$  на оптимальное решение рассматриваемой задачи.

### Литература.

1. *Малыхин В.И.* Оптимальные портфели и пакеты ценных бумаг.– М.: ГУУ, 2002.