

О БИФУРКАЦИИ УДВОЕНИЯ ПЕРИОДА

Сидоров С.В.

Российский университет дружбы народов
Учебно-научный институт гравитации и космологии
Россия, 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6.
Email: sidorovsv@mail.ru

Исследование механизмов образования хаотического поведения в динамических диссипативных системах дифференциальных уравнении по-прежнему является актуальной задачей, несмотря на очевидный прогресс, достигнутый в решении этой проблемы.

В работе представлено исследование механизма бифуркации удвоения периода в нелинейных диссипативных системах обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных эволюционного типа.

Показано, что в вещественных системах ОДУ в основе механизма удвоения периода предельного цикла лежит бифуркация появления в матрице монодромии периодического решения пары комплексных, но не комплексно-сопряженных показателей Флоке. После этой бифуркации вещественная часть одного из показателей Флоке данной пары устремляется к нулю, другого – в минус бесконечность, а мнимые части этой пары остаются равными $\pm i\pi/T$. При переходе одного из показателей Флоке в положительную вещественную полуплоскость предельный цикл теряет устойчивость и рождается цикл удвоенного периода.

Решения в системах дифференциальных уравнений с размерностью более трех могут иметь вид двумерных инвариантных торов, представленных топологическим произведением двух предельных циклов: первичного исходного и вторичного, образовавшегося в результате бифуркации Андронова-Хопфа при потере устойчивости исходного цикла. В качестве примера такой системы рассмотрена вторая краевая задача для нестационарного уравнение Гинзбурга-Ландау.

Показано, что в этой задаче имеет место бифуркация типа вилки, в результате которой при потере устойчивости однородного периодического решения рождается пара устойчивых неоднородных периодических решений. В дальнейшем оба эти решения, теряя устойчивость, порождают двумерные инвариантные торы, которые в ходе изменения параметра, увеличиваясь в размерах, сближаются друг с другом. Катастрофа слияния решения разрешается бифуркацией удвоения периода этих торов по исходному первичному циклу. Аналогичным образом рождаются двумерные инвариантные торы с 4-, 8- и т.д. кратным периодом, относительно периода исходного цикла.