

ПРИМЕР ИЗОСПЕКТРАЛЬНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ ЧЕТВЁРТОГО ПОРЯДКА

Митрохин С.И.

НИВЦ МГУ им. М. В. Ломоносова
Тел.: 8-495-939-54-32 (раб.), 8-916-506-51-75 (моб.)
e-mail: Mitrokhin-Sergey@yandex.ru

Рассмотрим краевую задачу для дифференциального оператора четвёртого порядка с постоянной весовой функцией, заданного дифференциальным уравнением

$$y^{(4)}(x) = \lambda \cdot a^4 \cdot y(x), \quad 0 \leq x \leq \pi, \quad a > 0, \quad (1)$$

с граничными условиями следующего вида:

$$y^{(m_1)}(0) = y^{(m_2)}(0) = y^{(m_3)}(0) = y^{(n_1)}(\pi) = 0, \quad m_1 < m_2 < m_3, \quad m_1, m_2, m_3, n_1 \in \{0, 1, 2, 3\}, \quad (2)$$

где λ - спектральный параметр.

Всего в (2)-(3) возможны 36 различных комбинаций граничных условий, мы считаем, что $y^{(0)}(x) = y(x)$.

Рассмотрим также другую краевую задачу для дифференциального оператора четвёртого порядка с кусочно-постоянной весовой функцией, заданного дифференциальными уравнениями

$$y_1^{(4)}(x) = \lambda \cdot a_1^4 \cdot y_1(x), \quad 0 \leq x < x_1, \quad a_1 > 0, \quad (3)$$

$$y_2^{(4)}(x) = \lambda \cdot a_2^4 \cdot y_2(x), \quad x_1 < x \leq \pi, \quad a_2 > 0, \quad (4)$$

с граничными условиями следующего вида:

$$y_1^{(m_1)}(0) = y_1^{(m_2)}(0) = y_1^{(m_3)}(0) = y_2^{(n_1)}(\pi) = 0, \quad m_1 < m_2 < m_3, \quad m_1, m_2, m_3, n_1 \in \{0, 1, 2, 3\}, \quad (5)$$

и условиями «сопряжения» в точке x_1 разрыва весовой функции:

$$a_2^m \cdot y_1^{(m)}(x_1 - 0) = a_1^m \cdot y_2^{(m)}(x_1 + 0), \quad m = 0, 1, 2, 3. \quad (6)$$

Теорема. Дифференциальные операторы (1)-(2) и (3)-(4)-(5)-(6) являются изоспектральными (то есть имеют одинаковые спектры), если выполнено условие $a\pi = a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot (\pi - x_1)$.

Для дифференциальных операторов второго порядка пример изоспектральных операторов приведён автором в работе [1].

Литература

1. Митрохин С. И. О некоторых спектральных свойствах дифференциальных операторов второго порядка с разрывной весовой функцией // Доклады РАН. – 1997. – Т. 356, №1. – С. 13-15.