

НОВЫЕ ПЕРИОДИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ НЕАВТОНОМНЫХ СИСТЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С МАЛЫМ ПАРАМЕТРОМ ПЕРЕД ПРОИЗВОДНЫМИ И ИХ УСТОЙЧИВОСТЬ

Мазуров М.Е.

Московский Государственный Университет экономики, статистики, информатики
Россия, 119501, г. Москва, ул. Нежинская, 7; e-mail: mazurov37@mail.ru

Изучены новые периодические решения неавтономных систем нелинейных дифференциальных уравнений с малым параметром перед производными

$$\varepsilon \frac{dx}{dt} = f(x, y, \beta_1(t)), \quad \frac{dy}{dt} = g(y, \beta_2(t)), \quad (1)$$

где $x = (x_1, \dots, x_k)$, $y = (y_1, \dots, y_l)$, $f = (f_1, \dots, f_k)$, $g = (g_1, \dots, g_l)$, $k + l = n$, $\beta_1(t) = (\beta_1, \dots, \beta_k)$, $\beta_2(t) = (\beta_{k+1}, \dots, \beta_n)$ - периодическое синхронизирующее внешнее воздействие импульсной функцией $\beta(t) = U_0$ $t \in [t_1, t_2]$; $\beta(t) = 0$ $t \in [0, t_1) \vee t \in (t_2, T_0]$. Полагаем, что соответствующее (1) автономное уравнение имеет периодические решения, являющиеся релаксационными колебаниями. Уравнение (1) может иметь периодические решения с периодом кратным периоду функций $\beta_1(t)$, $\beta_2(t)$ с соотношением m/n , которые называют типами синхронизации m/n . Найдены новые решения (1). Установлено, что каждый из типов синхронизации m/n может иметь множество других решений-видов синхронизации. Некоторые виды, относящиеся синхронизации типа 1/1, иллюстрируются таблицей.

№	Стартовые фазы	Ускоренное внеочередное возбуждение	№	Стартовые фазы	Замедленное внеочередное возбуждение
1.	M1	M1 ↑ B1	5.	M1	M1 ↓ B1
2.	M2	M2 ↑ B2	6.	M2	M2 ↓ B2
3.	B1	B1 ↑ M2	7.	B1	B1 ↓ M2
4.	B2	B2 ↑ M1	8.	B2	B2 ↓ M1

В таблице символы \uparrow и \downarrow означают ускорение или замедление медленной M или быстрой B фазы решения (1). Новые виды синхронизации типа m/n образуют счетное множество. Пусть пороговая функция $p(t)$ $t \in [0, T_0]$ непрерывная монотонная. Доказана теорема об устойчивости периодических решений.

Теорема Пусть автономная система (1) при $\beta_1(t), \beta_2(t) \equiv 0$ имеет устойчивое периодическое решение $u(t)$, $u(t+T_0) = u(t)$. Пусть для любых $\beta(t-\tau)$ $\tau \in [0, T_0]$, $|U_0| < M$ существует единственное ограниченное непериодическое решение уравнения (1) $v(t)$ $t \in [0, T_0]$. Тогда периодические решения (1) с периодом $T = (m/n)T_c$ устойчивы при условии $|mT_c - nT_0| < \varepsilon$, $\varepsilon = p^{-1}(U_0)$.