

## ОДНОШАГОВЫЕ ЛИНЕЙНО НЕЯВНЫЕ СХЕМЫ, L-ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ НЕЯВНЫМ МЕТОДАМ РУНГЕ-КУТТЫ

Зубанов А.М., Ширков П.Д.

Международный университет природы, общества и человека «Дубна»,  
филиал «Дмитров», Россия, 141800, Московская область, ДЗФС, 23,  
E-mail: pdshirkov@gmail.com

В работе предложен подход, позволяющий получать одношаговые линейно неявные численные методы интегрирования задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), обладающих такими же свойствами устойчивости на линейных модельных задачах

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \vec{F}(t, \vec{u}(t)), \vec{F} \equiv \lambda(t) \cdot \vec{u},$$

как и неявные схемы Рунге-Кутты. Такие схемы названы L-эквивалентными [1].

Методы, построенные в данной работе, используют в своей записи различные степени матрицы Якоби исходной системы ( $J = \partial \vec{F} / \partial \vec{u}$ )

$$\vec{y}(t + \tau) = \vec{y}(t) + \tau \cdot \sum_{i=1}^s b_i \cdot \vec{K}_i$$

$$(E - \alpha \cdot \tau \cdot J + \beta \cdot \tau \cdot J^2) \cdot \vec{K}_i = \Phi(\vec{K}_i, J, \vec{u}(t)), i = 1 \dots s$$

и комплексные коэффициенты (здесь  $\vec{K}_i$  – стадии метода, s – их число). Часть из схем совпадает с хорошо известными методами [2-4], но некоторые получены впервые, в том числе – однократные (т.е. такие, которые требуют лишь одного LU-разложения на шаге интегрирования). Новые методы имеют встроенную стратегию выбора шага интегрирования.

В работе проводится тестирование новых методов на основе сложных нелинейных задач, таких как задача о тепловом взрыве, уравнение Ван-дер-Поля (умеренной жесткости) и некоторых других. Проведенное сравнение методов с неявными аналогами показало их высокую работоспособность.

### Литература

1. Ширков П.Д., AN-устойчивость ROW методов. // Препринт ИПМ им. М. Келдыша РАН, Москва, №16, 2001. – с. 20.
2. Хайрер Э., Нёрсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи. – М.: Мир, 1990, 512 стр.
3. Хайрер Э., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие и дифференциально-алгебраические задачи. – М.: «Мир», 1999, 685 стр.
4. Деккер К., Вервер Я. Устойчивость методов Рунге-Кутты для жестких нелинейных дифференциальных уравнений. – М.: «Мир», 1988, 332 стр.