

СРАВНЕНИЕ РЕАЛИЗАЦИЙ НА ЭВМ ДВУХ МЕТОДОВ ПРОСТОЙ ИТЕРАЦИИ: ОПТИМАЛЬНОГО ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКОГО И СИММЕТРИЗОВАННОГО ОДНОПАРАМЕТРИЧЕСКОГО

Сорокин П.Н., Ченцова Н.Н.¹

НИИ системных исследований РАН,
Россия, 127486, Москва, ул. Дегуниная, д. 13, кв. 84,
телефон: (495) 4874803, E-mail: s_p_n_1974@bk.ru

¹МГУ имени М.В.Ломоносова, Механико-математический ф-т, каф. Вычислительной математики, Россия, 119296, Москва, Ленинский проспект, д. 69, кв. 258.

Изучаются итерационные методы решения системы линейных уравнений

$$Ax = b, \quad (1)$$

где A – вещественная квадратная невырожденная матрица размерности $m \times m$, m – целое, $m \geq 1$, x , b – вектора-столбцы из R^m .

Определение 1. Будем говорить, что матрица A удовлетворяет условию $(W(A))$, если все собственные значения $\lambda_i(A)$ матрицы A – вещественные, некратные и принадлежат множеству $W(A)$ – объединению двух отрезков:

$$W(A) = [-t(A), -s(A)] \cup [\mu(A), M(A)], \quad 0 < s(A) < t(A), \quad 0 < \mu(A) < M(A).$$

Определение 2. Двухпараметрическим методом простой итерации с параметрами α , β из R , $\beta \neq 0$ называется метод построения последовательности x^n векторов из R^m :

$$x^{n+1} = x^n + \alpha (Ax^n - b) + \beta A(Ax^n - b). \quad (2)$$

Теорема 1. Если матрица A удовлетворяет условию $(W(A))$, то оптимальный метод простой итерации (2) с $\alpha_0 = (s(A) - \mu(A))\beta_0$ сходится к решению системы (1). Параметр $\beta_0 = -2/(\mu(A)s(A) + M(A)s(A) - \mu(A)M(A) + M(A)^2)$, если $t(A) - s(A) \leq M(A) - \mu(A)$, иначе $\beta_0 = -2/(\mu(A)s(A) + \mu(A)t(A) - s(A)t(A) + t(A)^2)$.

Определение 3. Симметризованным однопараметрическим методом простой итерации с параметром α из R , $\alpha \neq 0$ для системы (1) нами называется метод построения последовательности x^n векторов из R^m :

$$x^{n+1} = x^n + \alpha (A'Ax^n - A'b), \quad (3)$$

где A' – матрица, транспонированная к матрице A .

Теорема 2. Если матрица A удовлетворяет условию $(W(A))$, то симметризованный однопараметрический метод простой итерации сходится при $\alpha_0 = -2/(M(A'A) + m(A'A))$, где $0 < m(A'A)$ – нижняя граница спектра матрицы $A'A$, а $M(A'A)$ – верхняя граница.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 09-01-00625).

Литература

1. Сорокин П.Н., Ченцова Н.Н. **Оптимальный метод простой итерации со спектром из двух отрезков разных знаков** // “Математика. Компьютер. Образование”. Сборник научных трудов. Под ред. Г.Ю. Ризниченко, Москва-Ижевск, “Регулярная и хаотическая динамика”, 2009, т. 2, стр. 16-19.