

ОДИНОЧНАЯ ПОПУЛЯЦИЯ НА ОГРАНИЧЕННОЙ ТЕРРИТОРИИ

Горбунова Е.А., Колпак Е.П.

Санкт-Петербургский государственный университет,
факультет Прикладной математики – процессов управления,
Россия, 198504, г.Санкт-Петербург, Университетский пр., д.35,
Тел.: (812)428-34-27, факс: (812)428-71-89,
E-mail: katzah@mail.ru, petrovich_pmpu@mail.ru

В работе рассматривается математическая модель для одиночной популяции, существующей на ограниченной территории с неограниченным трофическим ресурсом. В качестве областей существования рассматриваются отрезок и прямоугольник. Для описания распространения популяции на территории используется эволюционное уравнение [1,2]

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D\Delta u + f(u), \quad (1)$$

в котором u - плотность популяции, D - коэффициент диффузии, Δ - оператор Лапласа, $f(u)$ - функция, характеризующая скорость изменения численности популяции. В качестве граничных условий рассматривались условия Дирихле, Неймана и их комбинации. Целью работы является исследование устойчивости однородных решений уравнения (1) при различных функциях $f(u)$, разработка алгоритма построения численного решения этого уравнения в ограниченной области и численного решения типа бегущей волны.

Для различных функций $f(u)$ проведено исследование устойчивости решений уравнения (1), для некоторых функций определены диапазоны изменения параметров, в которых возможно существование только тривиального решения. Решение эволюционного уравнения (1) строилось численно с применением конечно-разностных методов и с применением метода Бубнова – Галеркина, в котором в качестве базисных функций брались тригонометрические функции. Получаемые системы как алгебраических, так и обыкновенных дифференциальных уравнений решались с применением численных методов. Проведено сопоставление решений, полученных обоими методами.

Для случая бесконечного отрезка предложен алгоритм построения решения типа бегущей волны, реализованный для функций $f(u) = \mu u(1-u)$ и $f(u) = \mu u(1-u)(u-a)$.

Литература.

1. Ризниченко Г.Ю., Рубин А.Б. Биофизическая динамика продукционных процессов. – М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований. 2004. 464 стр.
2. Murry J. Mathematical Biology: I. An Introduction. Springer. 2002; 551 p. II. Spatial Models and Biomedical Applications. Springer. 2003. 811 p.