

ЦЕНТРАЛЬНО-СИММЕТРИЧНЫЕ СТАЦИОНАРНЫЕ СОСТОЯНИЯ В ОДНОЙ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОДИФФУЗИИ

Савенкова Н.П., Кузьмин Р.Н.¹, Максимов Д.С.¹, Шобухов А.В.

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
ф-т ВМК, Россия 119991, Москва, Ленинские горы, МГУ, 2-ой учеб. корпус, ком. 728
тел.: +7 (495) 939-52-55, эл. почта: shobukhov@cs.msu.ru

¹ Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
физический факультет, Россия 119991, Москва, Ленинские горы, МГУ, дом 1, стр. 2.

Мы изучаем математическую модель электродиффузии в центрально-симметричном случае [1]-[2]. Эта модель в частности описывает перенос Li^+ ионов внутри круглых частиц графита в пористых отрицательных электродах [3] путём диффузии и миграции:

$$\frac{\partial c}{\partial t}(t,r) = D \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\frac{\partial c}{\partial r} + \frac{zF}{RT} c(t,r) \frac{\partial u}{\partial r} \right) \right]; \quad \frac{\partial c}{\partial r}(t,0) = 0; \quad c(t,R) = C^*;$$
$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial u}{\partial r} \right] = - \frac{F}{\varepsilon_0 \varepsilon} c(t,r); \quad \frac{\partial u}{\partial r}(t,0) = 0; \quad u(t,R) = U^*.$$
(1)

Здесь $c(t,r)$ - концентрация ионов Li^+ , $u(t,r)$ - электрический потенциал. Нами показано, что эта модель имеет единственное стационарное решение $c=C(r)$, $u=U(r)$:

$$C(r) = \frac{2\tilde{C}}{(1 - \gamma \cdot \tilde{C}r^2)^2}; \quad U(r) = \tilde{U} + \frac{2}{\alpha} \cdot \ln(1 - \gamma \cdot Cr^2); \quad \alpha = \frac{zF}{RT}, \quad \beta = \frac{zF}{\varepsilon_0 \varepsilon}, \quad \gamma = \frac{\alpha \cdot \beta}{4}.$$
(2)

Константы \tilde{C} , \tilde{U} суть корни некоторых квадратных уравнений; в каждом уравнении подходит лишь один из его корней. Мы численно изучаем поведение нестационарных решений (1) с разными начальными условиями и показываем, что (2) есть устойчивый аттрактор нестационарных решений (1) независимо от начального распределения концентрации ионов и электрического потенциала.

Литература.

1. Rubinstein I. Electro-Diffusion of Ions, SIAM, Studies in Appl. Math., v.11, 1990.
2. Biler P., Nadzieja T. Math. Methods in the Applied Sciences, v.20, is.9, 1997. pp.767-782.
3. Frumin L.L., Zilberstein G.V. Journ. Electrochem. Soc., v.144, n.10, 1997. pp.3458-3462.