АВТОНОМНАЯ НЕТЕРОВАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА В ЧАСТНОМ КРИТИЧЕСКОМ СЛУЧАЕ

Чуйко С.М., Старкова О.В.

Славянский государственный педагогический университет,
Украина, 84116, г. Славянск, Г. Батюка, 19,
Тел.: 38(06262)3-97-87, E-mail: *star-o@ukr.net*

Исследовано задачу о нахождении решения $z(t,\varepsilon) \in C^1[a, b(\varepsilon)],\ C[0,\varepsilon_0]$ автономной нетеровой $(m \neq n)$ краевой задачи

$$dz/dt = Az + f + \varepsilon Z(z,\varepsilon), \quad \ell z(\cdot,\varepsilon) = \alpha + \varepsilon J(z(\cdot,\varepsilon),\varepsilon), \quad \alpha \in \mathbb{R}^m, \tag{1}$$

которое при $\varepsilon = 0$ обращается на решение $z_0(t) \in C^1[a, b^*]$ порождающей задачи

$$dz_0/dt = Az_0 + f, \quad \ell z_0(\cdot) = \alpha, \quad b^* = b(0), \quad A \in \mathbb{R}^{n\times n}, \quad f \in \mathbb{R}^n.$$

Здесь A — постоянная $(n\times n)$-мерная матрица, $Z(z,\varepsilon)$ — нелинейная вектор-функция, непрерывно дифференцируемая по неизвестной z в малой окрестности решения порождающей задачи и непрерывно дифференцируемая по малому параметру ε на отрезке $[0,\varepsilon_0]$; $\ell z(\cdot,\varepsilon)$ — линейный и $J(z(\cdot,\varepsilon),\varepsilon)$ — нелинейный векторный функционалы $\ell z(\cdot,\varepsilon),\ J(z(\cdot,\varepsilon),\varepsilon) : C[a,b(\varepsilon)] \to \mathbb{R}^m$, причем второй функционал непрерывно дифференцируем по неизвестной z и по малому параметру ε в малой окрестности решения порождающей задачи и на отрезке $[0,\varepsilon_0]$, $Q = \ell X(\cdot)$ — постоянная $(m \times n)$-мерная матрица, P_{Q^*} — ортопроектор транспонированной к ней матрицы. Краевую задачу (1) при условии, что $P_{Q^*} \neq 0$ будем называть критической краевой задачей.

Лемма. *Если в критическом случае* $(P_{Q^*} \neq 0)$ *задача* (1) *имеет решение* $z(t,\varepsilon)$, *при* $\varepsilon = 0$ *обращеющееся в порождающее* $z_0(t,c_r^*)$, *то вектор* c^* *удовлетворяет уравнение*

$$F_\rho(c_r^*,\beta^*) = P_{Q_\rho^*}\Big\{\varphi_0(c^*) - \ell K\big[f_0(s,c^*)\big](\cdot)\Big\} = 0, \rho \leq d.$$

Здесь $\varphi_0(c^*) := \alpha\beta^* + J(z_0(\cdot,c_r^*),0),\ f_0(s,c^*) := \beta^*\big[Az_0(s,c_r^*) + f\big] + Z(z_0(s,c_r^*),0).$

Теорема. *В критическом случае* $(P_{Q^*} \neq 0)$ *задача* (1) *при условии*

$$\left.\frac{\partial F_\rho(c_r,\beta)}{\partial c_r}\right|_{\substack{c_r\, =\, c_r^*,\\ \beta\, =\, \beta^*}} \equiv 0, \quad \left.\frac{F_\rho(c_r,\beta)}{\partial \beta}\right|_{\substack{c_r\, =\, c_r^*,\\ \beta\, =\, \beta^*}} \neq 0, \quad \mathfrak{B}_0 := P_{Q_\rho^*}\Big\{\alpha - \ell K\big[Az_0(\tau,c_r^*) + f\big](\cdot)\Big\}$$

и $P_{\mathfrak{B}_0^*}P_{Q_\rho^*} = 0$ *имеет по меньшей мере одно решение, при* $\varepsilon = 0$ *обращеющееся в порождающее* $z(\tau,0) = z_0(\tau,c_r^*)$ *Здесь* $P_{\mathfrak{B}_0^*} :\ \mathbb{R}^\rho \to N(\mathfrak{B}_0^*)$.

Литература

[1] *Чуйко С.М., Старкова О.В.* О приближенном решении автономных краевых задач методом наименьших квадратов // Нелінійні коливання. — 2009. — **12**, № 4. — С. 556 — 573.