ДВУХКОМПОНЕНТНОЕ УРАВНЕНИЕ ФОККЕРА–ПЛАНКА-КОЛМОГОРОВА В КВАЗИКЛАССИЧЕСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Левченко Е.А., Трифонов А.Ю., Шаповалов А.В. [1]

Томский политехнический университет, Россия, 634050, Томск, пр. Ленина 30, leww@mph.phtd.tpu.ru, trifonov@tpu.ru

[1] Томский государственный университет, Россия, 634050, Томск, пр. Ленина 36, shpv@phys.tsu.ru

Развит формализм построения квазиклассических асимптотик для одномерного многокомпонентного уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова с нелокальной нелинейностью:

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}(x,t)}{\partial t} = D\frac{\partial^2 \boldsymbol{u}(x,t)}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x}[V_x(x,t)\boldsymbol{u}(x,t)] + \boldsymbol{A}(x,t)\boldsymbol{u}(x,t) -$$

$$-\varkappa \boldsymbol{B}(x,t)\boldsymbol{u}(x,t)\int_{-\infty}^{\infty}\langle \boldsymbol{b}(x,y,t),\boldsymbol{u}(y,t)\rangle dy. \qquad (1)$$

Здесь $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}(x,t) = (u_1(x,t), u_2(x,t))$, x – пространственная координата, t – время, $\boldsymbol{A} = \| a_{jk} \|_{2\times 2}$, $\boldsymbol{B} = \| b_{jk} \|_{2\times 2}$ – заданные матрицы, $\boldsymbol{b}(x,y,t) = (b_1(x,y,t), b_2(x,y,t))$, $b_1(x,y,t)$ и $b_2(x,y,t)$ – заданные бесконечно гладкие функции, растущие при $|x|,|y|\to\infty$ не быстрее, чем полином; $\kappa(>0)$ – вещественный параметр нелинейности, $V_x(x,t) = \dfrac{\partial V(x,t)}{\partial x}$. Коэффициент диффузии D выбран в качестве малого асимптотического параметра. Асимптотические решения $u_k(x,t)$ строятся в классе $\mathcal{P}_t^D$ функций, сосредоточенных при $D\to 0$ в окрестности точки, движущейся вдоль кривой, заданной уравнением $x = X(t)$. Решения в классе $\mathcal{P}_t^D$ названы траекторно-сосредоточенными.

Уравнение Фоккера–Планка–Колмогорова применяется в моделях описывающих химические реакции в клетках живых организмов и тесно связано с химическим мастер уравнением.

Развитый в работе формализм позволил найти в явном виде семейство частных асимптотических решений, а также построить приближенный оператор эволюции уравнения. Оператор эволюции существенно упрощает исследование распределений плотности популяции в зависимости от начального распределения бактерий. Рассмотрен пример, для которого приближенное решение является точным.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке АВЦП Министерства образования и науки РФ № 2.1.1/3436; ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России», контракты № 02.740.11.0238; П691; П789.