

ВОЗМУЩЕНИЕ САМОСОПРЯЖЕННЫХ ОПЕРАТОРОВ В ПРОСТРАНСТВЕ ПОНТРЯГИНА

Гриднева И.В., Глазкова М.Ю. ¹

Воронежский государственный аграрный университет им. К.Д. Глинки,
Агроинженерный ф-т, каф. высшей математики и теоретической механики,
Россия, 394087, г. Воронеж, ул. Ушинского 68,
Тел.: (0732)90-17-57, E-mail: gridneva_irina@bk.ru

¹ Воронежский государственный архитектурно-строительный университет,
Строительно-технологический ф-т, каф. высшей математики,
Россия, 394036, г. Воронеж, ул. Таранченко д. 20, кв. 6,
E-mail: glazkovam@yandex.ru

Понятие замкнутости играет важную роль в теории возмущений и расширений линейных операторов и представляет собой набор довольно разнообразных результатов по спектральной теории линейных операторов. В данной работе исследуется вопрос о возмущении неограниченного самосопряженного оператора. Здесь предложен новый подход к этой задаче в случае пространства Понтрягина.

Отметим, что работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 08-01-00566-а. Сформулируем полученные результаты.

Лемма. Пусть Π_κ - пространство Понтрягина, A - неограниченный замкнутый оператор, L - подпространство в Π_κ , $\dim L < \infty$ и $L \cap \text{dom } A = \{0\}$. Тогда существует невырожденное подпространство M такое, что $L \subset M$ и $M \cap \text{dom } A = \{0\}$.

Теорема. Пусть Π_κ - пространство Понтрягина, A - неограниченный, ограниченно обратимый самосопряженный оператор в Π_κ . Пусть L - подпространство в Π_κ , $\dim L < \infty$ и $L \cap \text{dom } A = \{0\}$, $B : L \rightarrow L$ - ограниченный симметрический оператор. Тогда следующие условия эквивалентны:

1. Существует самосопряженный оператор \tilde{A} , такой, что $L \subset \text{dom } \tilde{A}$, $\tilde{A}|_L = B$ и область определения оператора $A' := A \cap \tilde{A}$ плотна в Π_κ ;
2. Множество $D := \{f \in \text{dom } A : [Bx, f] = [x, Af], x \in L\}$ плотно в Π_κ .