# ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ОСЦИЛЛЯЦИОННЫХ МАТРИЦ

**Алероев М.Т., Алероева Х.Т.**

Московский Технический Университет связи и информатики

Работа посвящена спектральному анализу матриц вида

$$T(\varepsilon) = \begin{pmatrix} \left(\frac{1}{n}\right)^{1+\varepsilon}\left(\frac{n-1}{n}\right)^{1+\varepsilon} & \left(\frac{1}{n}\right)^{1+\varepsilon}\left(\frac{n-2}{n}\right)^{1+\varepsilon} & \dots & \left(\frac{1}{n}\right)^{1+\varepsilon}\left(\frac{1}{n}\right)^{1+\varepsilon} \\ \left(\frac{2}{n}\right)^{1+\varepsilon}\left(\frac{n-1}{n}\right)^{1+\varepsilon} - \left(\frac{1}{n}\right)^{1+\varepsilon} & \left(\frac{2}{n}\right)^{1+\varepsilon}\left(\frac{n-2}{n}\right)^{1+\varepsilon} & \dots & \left(\frac{2}{n}\right)^{1+\varepsilon}\left(\frac{1}{n}\right)^{1+\varepsilon} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \left(\frac{n-1}{n}\right)^{1+\varepsilon}\left(\frac{n-1}{n}\right)^{1+\varepsilon} - \left(\frac{n-2}{n}\right)^{1+\varepsilon} & \left(\frac{n-1}{n}\right)^{1+\varepsilon}\left(\frac{n-2}{n}\right)^{1+\varepsilon} - \left(\frac{n-3}{n}\right)^{1+\varepsilon} & \dots & \left(\frac{n-1}{n}\right)^{1+\varepsilon}\left(\frac{1}{n}\right)^{1+\varepsilon} \end{pmatrix} \qquad (1)$$

которые возникают при изучении краевых задач для дифференциальных уравнений дробного порядка [1]. В данной работе матрицы вида $T(\varepsilon)$ изучаются методами теории возмущений. Чтобы оттенить основные идеи, рассмотрим простейшие случаи. Изучим матрицу $T(\varepsilon)$ в случае, когда ее порядок равен 2, т.е. матрицу

$$T(\varepsilon) = \begin{pmatrix} \frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{3}\right)^{1+\varepsilon} & \left(\frac{1}{3}\left(1-\frac{2}{3}\right)\right)^{1+\varepsilon} \\ \left(\frac{2}{3}\left(1-\frac{1}{3}\right)\right)^{1+\varepsilon} - \left(\frac{1}{3}\right)^{1+\varepsilon} & \left(\frac{2}{3}\left(1-\frac{2}{3}\right)\right)^{1+\varepsilon} \end{pmatrix}.$$

Прежде всего, матрицу (1) представим в виде

$$T(\varepsilon) = A(\varepsilon) - C(\varepsilon) = \begin{pmatrix} \left(\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{3}\right)\right)^{1+\varepsilon} & \left(\frac{1}{3}\left(1-\frac{2}{3}\right)\right)^{1+\varepsilon} \\ \left(\frac{2}{3}\left(1-\frac{1}{3}\right)\right)^{1+\varepsilon} & \left(\frac{2}{3}\left(1-\frac{2}{3}\right)\right)^{1+\varepsilon} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \left(\frac{1}{3}\right)^{1+\varepsilon} & 0 \end{pmatrix};$$

$$T(0) = A(0) - C(0) = \begin{pmatrix} \frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{3}\right) & \left(\frac{1}{3}\left(1-\frac{2}{3}\right)\right) \\ \left(\frac{2}{3}\left(1-\frac{1}{3}\right) - \frac{1}{3}\right) & \left(\frac{2}{3}\left(1-\frac{2}{3}\right)\right) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix}$$

Для этого, как и в [1], выписываем для матрицы $T(\varepsilon)$ представление вида

$$T(\varepsilon) = T(0) + \varepsilon T_1 + \varepsilon^2 T_2 + \dots + \varepsilon^n T_n + \dots$$

Доказано, что все собственные числа матриц вида $T(\varepsilon)$ являются вещественными и простыми.

**Литература**

1. T.S. Aleroev, Yi-Fa Tang, Ruili Zhang, Qiang Sun Oscillation discrete matrices for kernels of integral operator inverse to fractional differential operator. — Science of China. Math. Series, 2010.