

ПОЛУЛОКАЛЬНЫЙ СГЛАЖИВАЮЩИЙ СПЛАЙН КЛАССА C^p

Силаев Д.А.

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Мех.-мат. ф-т,
Россия, 119899, Москва, Воробьевы горы, МГУ, Тел.: 939-05-27 dasilaev@mail.ru

Данная работа посвящена традиционной задаче восстановления значений функции и производных этой функции в промежуточных точках по заданной таблице. Эта задача эффективно решается с помощью построения тем или иным способом кусочно-полиномиальной функции или сплайн-функции, приближающей исходную функцию по ее таблице значений в заданных точках. В работе рассматривается периодический и непериодический полулокальный сглаживающий сплайн или S -сплайн класса C^p , состоящий из полиномов n -ой степени. Полулокальность здесь означает, что все точки таблицы значений приближаемой функции разбиваются на несколько групп, удовлетворяющих следующим условиям: а) каждая группа содержит последовательные значения функции, причем состоит не менее чем из трёх значений; б) каждое значение попадает лишь в одну или две соседние группы. Первые $p+1$ коэффициента каждого полинома задаются значением предыдущего полинома и его производных в начальной точке данной группы; коэффициенты же при старших степенях полинома определяются по методу наименьших квадратов по соответствующей группе. Эти условия дополнены начальными условиями или условием периодичности сплайн-функции на всем отрезке определения. В работе выписана система линейных уравнений, определяющих коэффициенты полиномов, составляющих сплайн. Матрица системы имеет блочный вид, связанный с разбиением таблицы значений заданной функции на группы. Показана разрешимость этой системы, доказаны теоремы существования и единственности, установлены условия устойчивости таких сплайнов. Как и в случае ранее рассмотренных S -сплайнов, необходимым условием устойчивости аппроксимации S -сплайнами гладких функций является условие перекрывания, т.е. в каждой группе, на которые разбиты исходные точки, существуют точки, принадлежащие соседней группе [1,2]. В этом случае начальная точка группы, определяющая последующий полином, является внутренней точкой предыдущей группы и содержится в области осреднения при определении старших коэффициентов предыдущего полинома. При выполнении условия устойчивости доказана близость S -сплайна к заданной функции на всем отрезке. Устойчивость периодического сплайна, в частности, проявляется в "притяжении" непериодических S -сплайнов, отличающихся различными начальными условиями, к периодическому S -сплайну. Указанный метод обеспечивает сглаживание результатов измерений и может быть использован при автоматизированной обработке информации. Рассматривается только случай равномерного распределения узлов таблицы.

Литература

1. Силаев Д.А., Якушина Г.И. Приближение S -сплайнами гладких функций. В кн.: Труды семинара имени И.Г. Петровского. Вып. 10. М.: Изд-во МГУ, 1984, с. 197-206
2. Силаев Д.А. Дважды непрерывно дифференцируемый полулокальный сглаживающий сплайн. Вестн. Моск. Ун-та. Сер. 1, математика, механика, 2009, № 5, с. 11-19