ЗАДАЧА С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ДАННЫМИ. ВЫРОЖДЕННЫЙ СЛУЧАЙ

Заляпин В.И., Харитонова Е.В.

Южно-Уральский государственный университет
Россия, 454080, г. Челябинск, пр. Ленина 76, тел. (351)267-9971,
E-mail: vzal@susu.ac.ru, alena@math.susu.ac.ru

Пусть $L[x]$ — линейное дифференциальное выражение

$$L[x] = x^{(n)} + a_{n-1}(t)x^{(n-1)} + \cdots + a_1(t)x' + a_0(t)x, \quad t \in [a,b]$$

с непрерывными на $[a,b]$ коэффициентами, $f(t)$ – непрерывная на $[a,b]$ функция, $g_1(t), g_2(t), \ldots, g_n(t)$ – совокупность интегрируемых на $[a,b]$ линейно-независимых функций.

Задачей *с распределенными данными* будем называть задачу

$$\left\{ \begin{array}{l} L[x] = f, \quad x = x(t),\ t \in [a,b], \\ \int\limits_a^b x(\tau) \cdot g_i(\tau) d\tau = u_i,\ i = 1, 2, \ldots, n. \end{array} \right. . \tag{1}$$

В случае однозначной разрешимости этой задачи конструктивное восстановление правой части f по наблюденному в эксперименте решению $\tilde{x}(t)$ может быть осуществлено обращением дифференциального оператора задачи с помощью однозначно определяемой в этой ситуации функции Грина [1].

Если рассматриваемая задача вырождена, обращение задачи (1) может быть осуществлено за счет использования т.н. *модифицированной* функции Грина.

Теорема . Пусть однородная ($f = 0, u_i = 0$) задача (1) имеет нетривиальные решения и пусть размерность пространства ее решений равна $m < n$, пусть, кроме того, выполнено условие разрешимости полуоднородной ($u_i = 0$) задачи.

Тогда всякое решение полуоднородной задачи представимо в виде

$$x(t) = \int\limits_a^b G_0(t,\tau) f(\tau) d\tau + \sum_1^m x_i \varphi_0(t).$$

Здесь $\varphi_0(t),\ i = 1, 2, \ldots, m$ – ф.с.р. однородной задачи, $G_0(t,\tau)$ – вариант модифицированной функции Грина, ортогональной ф.с.р. сопряженной задачи.

Литература

1. Заляпин, В.И. Обратная задача теории динамических измерений /В.И. Заляпин, Е.В. Харитонова// Математика. Механика. Информатика: Материалы Всероссийской научной конференции – Челябинск: Изд. ЧелГУ, 2007. – С. 59-65