# ФУНКЦИЯ ГРИНА ЛИНЕЙНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМЫ МОМЕНТОВ

**Асфандиярова Ю.С.**
Южно-Уральский государственный университет
Механико-математический факультет
Россия, 454080, г. Челябинск, пр. Ленина 76
тел. (351)267-9971,
E-mail: asfandiyarova@list.ru

*Линейной краевой задачей с нелокальными данными* будем называть задачу нахождения функции $x(t) \in C^n[a,b]$, удовлетворяющей условиям:

$$\begin{cases} L[x] = x^{(n)} + p_{n-1}x^{(n-1)} + \ldots + p_1 x' + p_0 x = f(t), \\ U_j(x) = \int\limits_a^b x(t) g_j(t) dt = \alpha_j, \ j = 1, 2, \ldots, n, \end{cases} \tag{1}$$

где $p_i(t), f(t)$ – непрерывные на $[a,b]$ функции , $\alpha_j$ – числа.

Важным для приложений примером подобной задачи является случай системы степеней – $g_i(t) = t^{i-1}$.

Для нахождения функции Грина задачи (1), необходимо уметь [1] получать функцию Грина для вспомогательной (т.н. укороченной) задачи:

$$x^{(n)} = f(t), \ U_j = 0, \ j = 1, \ldots, n.$$

Может быть доказано следующее утверждение.

**Теорема**. Функция Грина вспомогательной задачи для системы моментов дается соотношением:

$$\tilde{G}(t,\tau) = \begin{cases} a_1 + a_2 t + \ldots + a_n t^{(n-1)}, \ \text{при } a \leqslant t < \tau, \\ b_1 + b_2 t + \ldots + b_n t^{(n-1)}, \ \text{при } \tau < t \leqslant b, \end{cases}$$

где $a_i$ и $b_i$ $(i = 0, 1, \ldots, n-1)$ – функции от $\tau$:

$$a_i = \frac{(-\tau)^{(n-i-1)}(\tau-1)^n}{i!(n-i-1)!(n-1)!} \cdot \sum_{k=0}^{i} \frac{(n+k-1)!}{k!}\tau^k,$$

$$b_i = \frac{(-1)^{n-1}\tau^{1+i}}{i!(n-i-1)!(n-1)!} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(1+i+n+k)!}{(2+i+k)!}\tau^k.$$

Далее, как в [1], функция Грина основной задачи (1) оказывается решением интегрального уравнения второго рода, с коэффициентами, определяемыми с помощью построенной функции $\tilde{G}(t,\tau)$.

**Литература.**

1. *Vladimir I. Zalyapin, Helena V. Kharitonova, Stepan V. Ermakov.* Inverse problem of the measurements theory // Inverse problems, Design and Optimization Symposium, Miami, Florida, U.S.A., April 16 –18, 2007.