

О ВВЕДЕНИИ ПОНЯТИЯ ПРЕДЕЛА В КУРСАХ МАТЕМАТИКИ

Довбыш С.А.

СУНЦ МГУ имени М.В. Ломоносова, Россия, 121357, Москва, ул. Кременчугская, д.11.
Тел. 8 (926) 1232836, e-mail: sdovbysh@yandex.ru

Основополагающее понятие предела (последовательности и функции) оказывается сложным для изучения и многие учащиеся испытывают проблемы с его усвоением. Удалось выявить некоторые типичные несовершенства изложения этого понятия во многих курсах, а также специфические подходы и особенности некоторых курсов, призванные упростить его изучение. Основные из недостатков следующие:

1) Определения даются формально, без разъяснения не наглядном уровне их сути; в значительной части учебников отсутствуют графические иллюстрации. Представляется полезным проиллюстрировать два-три конкретных примера вычисления предела, пользуясь только его интуитивным понятием и наглядными рассуждениями (как это делали все математики до введения строгих определений). Такой подход присутствовал в старых учебниках, а ныне он в значительной мере изгнан, хотя порой и встречается, особенно в учебниках для вузов с небольшой программой по математике.

2) Поскольку суть понятия предела не прояснена, то остаётся непрояснённой и связь между определениями предела функции для разных случаев значения предела (конечное число или бесконечность со знаком или без знака) и разных случаев стремления переменной. Во многих учебниках не разъясняется чётко, в чём состоит общая схема построения предела.

3) По сути дела, концепция предела функции основана на понятии «переменная величина стремится к пределу» применительно и к значению функции и к независимой переменной. Как оказалось, в большинстве старых классических учебников даётся обсуждение этого понятия, вначале на интуитивном уровне, а потом и в более строгих терминах для каждого конкретного случая стремления. Определение предела функции оказывается производным от понятия предела переменной величины. Этот подход лучше способствует пониманию сути понятия предела, а также следует его возникновению и историческому развитию. Но ныне он из современных учебников почти совершенно изгнан. Сам Коши использовал понятие предела именно в терминах неконкретизированной переменной величины. Н.Н.Лузин, поддерживая описанный подход, определённо высказывался в пользу «самого широкого введения», в педагогических целях, «изменения величин» и при этом отметил «упрек в нестрогости».

Отметим в этой связи, что и ряд других авторитетных авторов (А.Пуанкаре, Ф.Клейн, А.Лебег, А.Н.Колмогоров и особенно М.Я.Выгодский) говорили о необходимости подхода в преподавании математики (особенно для нематематиков), основанном на использовании наглядности и интуиции, а вовсе не чистой логики, с последующим «логическим уточнением и очищением» (М.Я.Выгодский) идей и нестрогих понятий, что следует историческому пути развития науки.