

# ХАОТИЧЕСКАЯ И СТОХАСТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА В ГЕННЫХ ЦЕПЯХ С ЗАПАЗДЫВАЮЩЕЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

Бузмаков М.Д., Брацун Д.А.

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,  
Россия, 614013, Пермь, ул. Профессора Поздеева 11, +7 (342) 2-391-414,  
maxim.buzmakov97@gmail.com, DABracun@pstu.ru

Живые системы функционируют благодаря белковым полям, которые синтезируются в результате экспрессии и участвуют в генной регуляции. Детерминистское описание этих процессов с помощью дифференциальных уравнений является недостаточным для понимания, так как типичное число белковых молекул, вовлекаемых в регуляцию, сравнительно мало. Это приводит к сильным флуктуациям концентраций белка в системе, которые вызываются шумом химических реакций, а также межклеточным различиям [1].

В последнее время исследователей привлекают модели малоразмерных систем генной регуляции, которые демонстрируют хаотическое поведение. В работе [2] утверждается, что минимально возможной моделью является одногенная система с двумя запаздывающими обратными связями. Одна из них является положительной, а вторая – отрицательной.

В данной работе предлагается ещё более простая система генной регуляции, чем в [2], а также рассматривается проявление детерминированного хаоса при стохастическом описании. Для проведения численного анализа используется модифицированная версия алгоритма Гиллеспи на случай немарковских процессов [3]. Отличие от классического варианта кроется в создании стека для реакций, которые должны произойти спустя заранее определенное время запаздывания. Производство белка происходит и при открытом, и при закрытом состояниях оператор-сайта. Однако, во втором случае оно существенно уменьшается. В модели присутствует параметр, который регулирует работу положительной обратной связи. Описанная выше модель при определенных значениях параметров демонстрирует детерминированный хаос.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (грант № FSNM-2023-0003).

## Литература

1. Bratsun D., Volfson D., Hasty J., Tsimring L. Delay-induced stochastic oscillations in gene regulation // *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **Vol. 102**, No. 41, 2005. P. 14593-14598.
2. Glass D.S., Jin X., Riedel-Kruse I.H. Nonlinear delay differential equations and their application to modeling biological network motifs // *Nat Commun* **Vol. 12**, 2021. Art. 1788
3. Брацун Д.А., Бузмаков М.Д. Репрессиятор с запаздывающей экспрессией генов Часть II. Стохастическое описание // *Компьютерное исследование и моделирование* **Т. 13.**, №. 3, 2021, Стр. 587-609.