ПЕРЕХОД ОТ ДИСКРЕТНЫХ К НЕПРЕРЫВНЫМ МАРКОВСКИМ ПРОЦЕССАМ

Заречнев В.А.

Кировский государственный медицинский университет,
кафедра физики и медицинской информатики
Россия, 610998, г. Киров, ул. К. Маркса, д. 112, 8-953-693-89-66, zarechnev_v@mail.ru

Во многих случаях описание моделей не укладывается в рамки дискретных марковских цепей, а требуется их описание в виде непрерывных процессов. Так, например, модель Фикс и Неймана [1] предусматривала измерение доли лиц, умерших от рака для любых временных периодов. Эта модель исходила из матрицы переходных вероятностей с одним поглощающим состоянием – смертью больного. Однако требовалось найти аналитическое соотношение доли умерших от рака, которое было бы функцией от произвольных интервалов времени. Непрерывные марковские процессы исходят из соотношения

$p(t+\Delta t) = p(t)P(\Delta t) = p(t)(I + \Delta t \cdot R)$, $p(t) = p(0)e^{Rt} = p(0)\left\{\sum_{i=0}^{\infty}\frac{(Rt)^i}{i!}\right\}$, где матрица $R = \ln\big(P(1)\big) = \ln(I+X) = X - \frac{X^2}{2} + \frac{X^3}{3} - \cdots + (-1)^{k-1}\frac{X^k}{k} + \cdots$, где $X = P - I$. Здесь $p(t+\Delta t)$ – вектор строка вероятностей, P и R – матрицы переходных вероятностей и интенсивностей, I – единичная матрица.

Для того, чтобы найти аналитическое выражение модели необходимо использовать спектральное разложение матрицы интенсивностей R

$$P(t) = e^{Rt} = \sum_{i=1}^{r} e^{\lambda_i t}\begin{pmatrix} y_1^{(i)} \\ \vdots \\ y_r^{(i)} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1^{(i)} & \cdots & x_r^{(i)} \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^{r} e^{\lambda_i t}\,\Psi_i.$$

Здесь λ_i – собственное значение, Ψ_i – соответствующая ему сопутствующая матрица.

Автор [2] последовательно рассматривает и решает возникающие задачи: нахождение матрицы переходных вероятностей по матрице интенсивностей и обратно, нахождение спектра матрицы интенсивностей на основе QR-алгоритма и метода Гаусса [3], построение спектрального разложения и, наконец, построение конечного уравнения.

Литература

1. *Бартоломью, Д.* Стохастические модели социальных процессов / Под ред. О. В. Староверова. – М.: Финансы и статистика, 1985.
2. *Заречнев В.А.* Прогнозирование на компьютере. Основы теории. В 3 частях. Часть 2. Учеб. пособие. – Киров, ВятГУ, 2005. – 99 с.
3. *Заречнев В.А.* Многомерный статистический анализ. Избранные главы. - Киров, ВятГУ, 2012. Электронный ресурс.