

ДИСКИ МАХА, КАУСТИКА ОТРАЖЕНИЙ

Царьков И.Г.

Москва, механико-математический факультет МГУ,
Московский Центр фундаментальной и прикладной математики

В докладе будут рассмотрены вопросы, связанные с получением каустики отражения в, вообще говоря, несимметричных пространствах. Эти исследования применяются к обоснованию возникновения ромбов (дисков) Маха. Критикуется официальная версия происхождения этих дисков и строится конкурирующая новая модель на основе каустики отражения от границы сред. Рассуждения иллюстрируются как реальными картинками, так и картинками математической модели. В этом докладе мы рассмотрим каустику отражений в зеркалах формы полуэллипсоида и параболоида. Эти случаи будут моделировать известные примеры, встречающиеся в повседневной жизни. Излучение волн с соответствующих поверхностей будет осуществляться в достаточно малой или достаточно большой части этих поверхностей около вершины этих фигур. Тем самым мы сможем эмулировать, например, поведение потока плазмы при ее извержении из сопла двигателя. И далее изучим сильные уплотнения потока (т.е. каустику), возникающие в результате кратных отражений внутри таких зеркал, которые в некотором первом приближении моделируют границы разделения сред: воздуха-плазмы или воздух-жидкость. Главный вывод доклада заключается в том, что диски Маха – это, на самом деле, каустика отражений сформированной поверхности, являющейся границей двух сред. Если поверхность динамически меняет свою форму, то меняется и соответствующая каустика отражений. При построении каустики отражения будем использовать закон отражения в случае, когда на пространстве рассматривается, вообще говоря, неевклидова структура, определяемая несимметричной нормой. Несимметричная норма определяется функционалом Минковского несимметричного выпуклого тела (шара). Выбор несимметричного шара бывает полезен, как показано во введении, при изучении ситуации с прохождением света в анизотропной среде (например, в кристаллах). Отметим (во избежание недоразумения), что симметричные (нормированные) пространства – это частный случай несимметричных пространств. Здесь несимметричные нормы используются для моделирования отражений в условиях, когда среда имеет собственную скорость. Возникает естественный вопрос: есть ли реальные примеры волновых процессов, где возникают неевклидовы нормы, точнее используются ли шары, не являющиеся по форме обычными шариками. Ответ здесь положительный. В случае преломления света в одноосных или двуосных кристаллах известно явление двойного лучепреломления, открытое Эразмусом. Для этих кристаллов наравне с так называемым обычным лучом, подчиняющемуся классическому принципу --- закону Снеллиуса (падающий и преломленный лучи находятся в одной плоскости с нормалью к поверхности кристалла, а отношения известных синусов углов этих лучей, образованных с нормалью равно отношению коэффициентов преломления двух сред: воздуха и кристалла), возникает еще один луч – «необыкновенный» в кристалле. Этот луч нарушает обозначенные принципы преломления по сравнению с обычным лучом. Нарушение закона преломления света необыкновенным лучом связано с тем, что скорость распространения света (а значит и показатель преломления) волн с такой поляризацией, как у необыкновенного луча, зависит от направления. На самом деле, в некотором смысле этот луч ведет себя по тому же закону преломления, что и обычный. Для него вместо синусов удобнее рассматривать косинусы «углов», образованных падающим и преломленным лучами с касательной плоскости к поверхности-границы сред. Отношения этих «косинусов» также равно отношению коэффициентов преломления. Отличие состоит в том, что эти «углы» и «косинусы» измеряются относительно новой метрики, шар которой является эллипсоидом (кстати со смещенным центром, т.е. их центры не находятся в естественных центрах этих эллипсоидов). Эффект «необыкновенного луча» связан с тем, что луч света взаимодействует своей электрической составляющей с условным диполем на поверхности диэлектрика, а не только с решеткой атомов кристалла. При этом оба луча оказываются по-разному поляризованы (частично или полностью, как известно это зависит от угла падения). Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 19-01-00332-а).