

О МЕХАНИЗМЕ ОБРАЗОВАНИЯ ФЛУКТУАЦИЙ В ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

Сидоров С.В.

Российский университет дружбы народов
Учебно-научный ин-т гравитации и космологии, каф. гравитации и космологии
Россия, 117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6.
Email: sidorov26sv@mail.ru

В работе обсуждается возможный механизм образования флуктуаций в гидродинамических моделях. С этой целью рассмотрены решения уравнения Бюргерса

$$w_t + ww_x = \mu w_{xx}$$

с комплекснозначной функцией $w(x,t) = u(x,t) + iv(x,t)$ и комплексной вязкостью $\mu = \alpha + i\beta$ в автоволновом приближении, то есть в форме решения плоской бегущей волны $w(x,t) = \tilde{w}(\xi)$, где $\xi = x - c_0t$, c_0 – скорость распространения возмущений в среде. В этом приближении исследованы решения соответствующего обыкновенного дифференциального уравнения

$$\mu \tilde{w}''(\xi) = (\tilde{w}(\xi) - c_0)w'(\xi). \quad (1)$$

Установлено, что уравнение (1) при фиксированном значении параметра μ имеет в фазовом пространстве переменных (\tilde{u}, \tilde{v}) два особых решения: устойчивую неподвижную точку $\tilde{w}_{01} = (\tilde{u}_{01}, \tilde{v}_{01})$ и неустойчивый предельный цикл $\tilde{w}^* = (\tilde{u}^*, \tilde{v}^*)$. Точка \tilde{w}_{01} соответствует выполнению условий $u \rightarrow u_{01}$, $v \rightarrow v_{01}$ при $\xi \rightarrow \infty$, где (u_{01}, v_{01}) – однородное стационарное состояние покоя, отвечающее движению сплошной среды (жидкости или газа) с постоянной скоростью. Решение \tilde{w}^* соответствует неустойчивой бегущей волне в переменных (t,x) .

Показано, что при скорости потока, меньшей некоторого значения, соответствующего появлению неустойчивого предельного цикла, решение стремится к другой устойчивой неподвижной точке $\tilde{w}_{02} = (\tilde{u}_{02}, \tilde{v}_{02})$, в окрестности которой рождается неустойчивый предельный цикл. При значениях скорости потока, превышающей указанное значение, амплитуда колебаний неустойчивого предельного цикла возрастает до некоторой величины, а затем решение переходит в другое стационарное состояние, отвечающее неподвижной точке $\tilde{w}_{01} = (\tilde{u}_{01}, \tilde{v}_{01})$. Показано, что максимальное значение возмущения, вызванное неустойчивым предельным циклом, существенно и нелинейно зависит от разницы между скоростью потока и скоростью распространения возмущения.

На наш взгляд полученные результаты могут объяснить появление флуктуаций различной амплитуды в том числе больших флуктуаций скорости в гидродинамических моделях.