КАТЕГОРИИ, ТОПОСЫ И ВТОРАЯ РЕВОЛЮЦИЯ В ОСНОВАНИЯХ МАТЕМАТИКИ

Серовайский С.Я.

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Казахстан, 050040, Алматы, пр. аль-Фараби 71, +7 701 8315197, serovajskys@mail.ru

Общая система университетского математического образования практически не меняется десятилетиями. Преподавание основных фундаментальных математических дисциплин (математический анализ, алгебра, геометрия и др.) в настоящее время практически не отличается от того, что было полвека назад, если не раньше. Это в немалой степени связано с тем, что время бурных потрясений в математике, казалось бы, миновало. Уже давно не проглядываются события, сколь-нибудь сравнимые с открытием неевклидовых геометрий, понятием группы, теорией множеств. Важнейшие математические достижения последнего полувека (доказательство теоремы Ферма, решение проблемы четырех красок, обоснование гипотезы Пуанкаре, классификация простых конечных групп) представляются изолированными результатами, отличающимися фантастической сложностью и крайней громоздкостью, доступными лишь крайне ограниченной группе узких специалистов и не затрагивающими интересы абсолютного большинства работающих математиков… Однако некоторые подвижки все-таки наблюдаются.

В 1961 году выдающийся французский математик Жан Дьедонне, один из основоположников группы Бурбаки, заявил: «Возможно, сейчас математика стоит на пороге второй революции…, оценивать область применения и все последствия которой еще рано». Под первой революцией здесь понималась разработка теории множеств, ставшей основанием всей математики и дающей аппарат, применяемый практически во всех ее разделах. Что же это за вторая революция?

В сороковые годы 20 века американские математики Самюэль Эйленберг и Сондерс Маклейн, работая над проблемами алгебраической топологии, ввели понятие категории. Выяснилось, что ее аппарат позволяет единообразно описывать различные математические теории. Затем французский математик Александр Гротендик, решая задачи алгебраической геометрии, выделил класс категорий, названных топосами. Наконец, в конце шестидесятых годов американец Уильям Ловер показал, что аппарат теории топосов может быть положен в основу математической логики, а значит, и математики в целом. Тем самым появилась возможность изложения математики не на теоретико-множественной, а на теоретико-категорной основе. Если теория множеств акцентирует внимание на внутренней структуре математического объекта (множество состоит из элементов), то теория категорий характеризует объект на основе его связей с другими объектами того же типа.

В настоящее время популярность категории и топосов неуклонно растет. Они уже находят свое применение в информатике и теоретической физике. Настало время ввести эти понятия в систему высшего математического образования.