

# О ФУНКЦИИ ГРИНА ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ БИГАРМОНИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ В ШАРЕ

Карачик В.В.

Южно-уральский государственный университет

В работе рассмотрено разложение функции Грина задачи Дирихле для бигармонического уравнения в единичном шаре  $S$  в ряд по бигармоническим полиномам. Ранее, в работе [1] найден оператор Грина задачи Дирихле для бигармонического и полигармонического уравнения в единичном шаре при полиномиальных данных, в [2] найдено представление функции Грина третьей краевой задачи для уравнения Пуассона в единичном шаре. Рассмотрим в  $S$  однородную задачу Дирихле для бигармонического уравнения

$$\Delta^2 u(x) = f(x), \quad x \in S; \quad u|_{\partial S} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial \nu}|_{\partial S} = 0,$$

где  $\nu$  – единичная внешняя нормаль к сфере  $\partial S$ . Пусть  $\{H_k^{(i)}(x) : i = 1, \dots, h_k, k \in \mathbb{N}_0\}$  – полная система однородных степени  $k$  ортогональных сферических гармоник (см., например, [3]), нормированных так, что  $\int_{\partial S} (H_k^{(i)}(\xi))^2 ds_\xi = \omega_n$ , где  $h_k$  – размерность базиса однородных гармонических многочленов степени  $k$ , а  $\omega_n$  площадь  $\partial S$ .

Теорема. Функция Грина задачи Дирихле может быть записана в виде

$$G_4(x, \xi) = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} \left( \frac{|x|^{-(2k+n-2)}}{2k+n-2} \left( \frac{|x|^2}{2k+n-4} - \frac{|\xi|^2}{2k+n} \right) - \frac{1}{2k+n-2} \right) \times \\ \times \left( \frac{1}{2k+n-4} - \frac{|x|^2|\xi|^2}{2k+n} + \frac{|x|^2-1}{2} (|\xi|^2-1) \right) \sum_{i=1}^{h_k} H_k^{(i)}(x) H_k^{(i)}(\xi).$$

Литература

1. Карачик В.В. Антропова Н.А. О полиномиальных решениях задачи Дирихле для бигармонического уравнения в шаре // Сибирский журнал индустриальной математики, том 15, номер 2 (50), год 2012. Стр. 86-98.
2. Карачик В.В. Турметов Б.Х. О функции Грина третьей краевой задачи для уравнения Пуассона // Математические труды, том 21, номер 1, 2018. Стр. 17-34.
3. Karachik V.V. On some special polynomials // Proceedings of the American Mathematical Society, V. 132, no. 4. 2004. P. 1049-1058.