

# СВЯЗЬ ПОНЯТИЙ ОТБОРА В СИСТЕМАХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ И РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ НА КОНЕЧНОМЕРНОМ СТАНДАРТНОМ СИМПЛЕКСЕ

Кузенков О.А., Капитанов Д.В.

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,  
ф-т Вычислительной Математики и Кибернетики,  
кафедра численного и функционального анализа  
Россия, 603022, г. Нижний Новгород, Пр. Гагарина 23, УК 2, ф-т ВМиК  
Тел: (831)462-33-63? E-mail: kapitanov.dmitry@cs.vmk.unn.ru

Рассмотрим задачу Коши для системы из  $n$  обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\dot{x}_i = F_i(x), \quad i = \overline{1, n}, \quad (1)$$

при выполнении условий

$$x_i(t_0) = x_i^0 \geq 0, \quad \sum_{i=1}^n x_i(t) = 1. \quad (2)$$

Рассмотрим систему из  $n$  разностных уравнений

$$\Delta x_i = F_i(x) \Delta t, \quad i = \overline{1, n}. \quad (3)$$

при выполнении условий (2).

**Определение.** Систему (1),(2) будем называть системой отбора, если найдется такой номер  $i$ , что независимо от начальных условий  $x_i(0) \neq 0$ , выполняются условия:

$$x_i(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 1; \quad x_j(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0; \quad i \neq j.$$

Определение отбора для системы разностных уравнений (3), при условии (2) вводится аналогично.

**Теорема 1.** Рассмотрим систему (1) на симплексе (2). Пусть функция  $F_1(x)$ , стоящая в правой части первого уравнения системы (1) является непрерывно дифференцируемой на симплексе (2) по переменной  $x$ . Пусть точка  $x^* = (1, 0, \dots, 0)$  является глобально асимптотически устойчивым состоянием равновесия системы (1) на симплексе (2). Рассмотрим систему (3) разностных уравнений на стандартном симплексе (2). Если для всех собственных чисел матрицы  $P$  системы (3), линеаризованной в окрестности точки  $x^*$ , справедливы неравенства  $-2 < \lambda_i < 0$ ,  $i = \overline{1, n}$ , то найдется такое число  $\delta > 0$ , что для любого  $\Delta t < \delta$  система (3) на симплексе (2) будет системой отбора.

**Теорема 2.** Рассмотрим систему разностных уравнений (3) на стандартном симплексе (2). Если последовательность  $x_1(t_0 + n\Delta t)$  стремится (при  $n$  стремящемся к  $\infty$ ) к единице равномерно по  $\Delta t$ , то система дифференциальных уравнений (1) на симплексе (2) будет системой отбора.