

**ДИАЛЕКТИКА НЕАВТОНОМНОСТИ
В МАТРИЧНЫХ МОДЕЛЯХ ПОПУЛЯЦИЙ:
ТОЧНОСТЬ КАЛИБРОВКИ ПРОТИВ ОПРЕДЕЛЕННОГО ПРОГНОЗА**

Логофет Д.О.

ФГБУН Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН
Россия, 119017, Москва, Пыжевский пер., 3, +7 495 951 5565,
ФГБУН Институт лесоведения РАН, Россия, 143030, Успенское Московской обл.
+7 495 634 5257, E-mail: daniLaL@postman.ru

Огромным преимуществом матричной модели популяции с дискретной структурой $x(t) \in \mathbb{R}^n$ оказывается возможность калибровать «проекционную» матрицу $L(t)$ по данным только двух последовательных учетов (в моменты t и $t+1$) и получить $\lambda_1(L(t))$ – меру адаптации изучаемой локальной популяции [1]. В этом сила матричных моделей как инструмента сравнительной демографии, но здесь же возникает и методическая проблема, когда имеется временной ряд данных и нужно обобщить результаты всего периода наблюдений. Неавтономная матричная модель представлена набором *одношаговых* матриц $L(t)$, каждая из которых дает свой набор количественных характеристик популяции – порою противоположных в прогнозе ее судьбы.

Противоречия устраняются путем осреднения набора M неотрицательных матриц, участвующих в основном модельном уравнении

$$x(t+1) = L(t)x(t), t = 0, 1, \dots, M-1, \quad (1)$$

а логика модели приводит к задаче *геометрического* среднего [2]. Фиксированное строение (*pattern*) этих матриц, определенное графом жизненного цикла организмов данного вида, исключает существование *точного* решения в этой задаче, и тогда корректным типом осреднения выступает приближенное *структурно-геометрическое* (*pattern-geometric*) среднее [3] – новое понятие для теории матриц и практики моделирования биологических популяций.

В случае «репродуктивной неопределенности» данных [2] калибровка дает семейство $\{L(t)\} = T(t) + \{F(t)\}$, и предложено *TF-осреднение*, причем структурно-геометрическое среднее матриц перехода $T(t)$ вычисляется однозначно и позволяет получить определенные возрастные показатели из стадийно структурированной модели, в частности, ответить на вопрос, сколько лет в среднем живет малолетник.

Работа поддержана РФФИ, проект № 16-04-00832.

Литература

1. Логофет Д.О., Уланова Н.Г. Матричные модели в популяционной биологии. Учебное пособие. – М.: МАКС Пресс, 2017. 128 стр.
2. Логофет Д.О., Казанцева Е. С., Белова И.Н., Онинченко В. Г. Ценопопуляция незабудочника кавказского (*Eritrichium caucasicum*) как объект математического моделирования. II. Сколько лет живет малолетник? // *Журн. общ. биологии* **78**, № 1, 2017. Стр. 56–66.
3. Logofet D.O. Averaging the population projection matrices: heuristics against uncertainty and nonexistence // *Ecological Complexity*, 2018 (accepted for publication).