ИНВАРИАНТНЫЕ ПОДПРОСТРАНСТВА ПОЛУГРУППЫ КЛАССА C_0

Гриднева И.В.

Воронежский государственный аграрный университет им. К.Д. Глинки,
Агроинженерный ф-т, каф. высшей математики и теоретической механики,
Россия, 394087, г. Воронеж, ул. Ушинского 68,
Тел.: (0732)90-17-57, E-mail: gridneva_irina@bk.ru

Пусть H – J-пространство, т.е. гильбертово пространство, снабженное индефинитным скалярным произведением $[\cdot,\cdot]=(J\cdot,\cdot)$, где J – самосопряженный и одновременно унитарный оператор. Предположим, что при $t\in[0;\infty)$ определена однопараметрическая полугруппа $U(t)$ класса C_0, т.е. $U(t+s)=U(t)U(s)$, $U(0)=I$ и $\lim\limits_{t\to t_0}U(t)x=U(t_0)x$ для любого $x\in H$.

Отметим, что работа выполнена совместно с Т. Я. Азизовым при поддержке гранта РФФИ 08—01-00566-а.

Теорема 1. *Пусть* $U(t)$ – C_0- *полугруппа,* $\|U(t)\|\le e^{\omega t}, M>0, \omega\ge 0$, A – *генератор* $U(t)$, *а* $V=(A+\omega+I)(A-\omega-I)^{-1}$ – *когенератор для* $U(t)$. *Тогда следующие условия эквивалентны:*

(i) *Подпространство* L *инвариантно относительно* $U(t)$ *при каждом* t.

(ii) *Подпространство* L *инвариантно относительно* A *и* $\omega+1\in\rho(A|_L)$.

(iii) *Подпространство* L *инвариантно относительно* V.

Неотрицательное (неположительное) подпространство L пространства H назовем подпространством класса h^+ (класса h^-), если оно допускает разложение $L=L_0[\dot{+}]L^+$ ($L=L_0[\dot{+}]L^-$) в прямую J-ортогональную сумму конечномерного изотропного подпространства L_0 и равномерно положительного (равномерно отрицательного) подпространства L^+ (L^-).

Оператор A принадлежит классу H, если у него есть хотя бы одна пара максимальных семидефинитных инвариантных подпространств и каждые такие подпространства принадлежат $h^\pm$ соответственно. Скажем, что оператор A принадлежит классу K(H), если существует такой J-бинесжимающий оператор B∈ H, что резольвенты операторов A и B коммутируют (BA⊆ AB).

Теорема 2. *Если* $A\in K(H)$, *то у полугруппы* $U(t)$ *существует максимальное неотрицательное подпространство класса* h^+ *и максимальное неположительное подпространство класса* h^-. *Более того, если* $L^\pm\in h^\pm$ – *инвариантные подпространства оператора* A, *то они допускают расширение до максимальных подпространств, инвариантных относительно* $U(t)$.