О ВЛИЯНИИ ТИПА ДРОБНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ НА СВОЙСТВА РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ НЕЦЕЛОГО ПОРЯДКА

Постнов С.С.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН

В работе представлены результаты исследования задачи оптимального управления для линейной системы нецелого порядка, в нескольких случаях: когда оператор дробного дифференцирования в определяющем уравнении системы понимается в смысле Капуто, Римана-Лиувилля, Адамара, Хильфера, Миллера-Росса. Для каждого из этих случаев анализируется постановка и решение задачи оптимального управления. Проводится сравнение свойств оптимальных управлений и особенностей динамики систем, обусловленных видом оператора дробного дифференцирования.

Рассматривается линейная стационарная система дробного порядка следующего вида:

$$ {}_0D_t^{\alpha_i} q_i(t) = a_{ij} q_j(t) + b_{ij} u_j(t) + f_i(t), i, j = 1, ..., N, $$

где функции $\vec{q}(t) = (q_1(t), \ldots, q_N(t))$, $\vec{u}(t) = (u_1(t), \ldots, u_N(t))$ и $\vec{f}(t) = (f_1(t), \ldots, f_N(t))$ определяют состояние, управление и возмущение соответственно; $t \in (t_0, T]$, $T > t_0 > 0$; a_{ij} и b_{ij} — коэффициенты; ${}_0D_t^{\alpha_i}$ — оператор дробного дифференцирования порядка α_i, $0 < \alpha_i < 1$; по повторяющимся индексам подразумевается суммирование. Оператор дробного дифференцирования понимается в смысле Капуто, Римана-Лиувилля, Адамара [1], Хильфера [2] или Миллера-Росса [3].

В качестве управления рассматриваются функции $\vec{u}(t) \in L_p(t_0, T]$, $p > 1$. Ставятся и изучаются две задачи оптимального управления: задача поиска управления с минимальной нормой при заданном времени управления и задача поиска управления, оптимального по быстродействию, при заданном ограничении на норму управления. Эти задачи сводятся к l-проблеме моментов, для которой выводятся явные условия корректности и разрешимости, одинаковые для всех трёх определений дробной производной.

Для упрмянутой выше проблемы моментов получено точное решение для одномерной системы общего вида, а для двумерной системы — в частных случаях. Вычислены границы области, в которой заключены допустимые траектории системы, а также фазовые траектории системы в режиме оптимального управления. Проведён сравнительный анализ полученных результатов.

Литература.

1. *Kilbas A.A., Srivastava H.M., Trujillo J.J.* Theory and applications of fractional differential equations. — Elsevier, 2006. 541 p.
2. *R. Hilfer.* Fractional time evolution // *Applications of Fractional Calculus in Physics.* World Scientific, 2000. p. 87-130.
3. *Miller K.S., Ross B.* An Introduction to the Fractional Calculus and Fractional Differential Equations. — John Wiley & Sons, 1993. 366 p.