

# СОБСТВЕННЫЕ ЧИСЛА НЕКОТОРЫХ ОДНОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ СЕМЕЙСТВ МАТРИЦ, ПРЕДЛОЖЕННЫХ С.Я.ИЩЕНКО

Сорокин П.Н., Ченцова Н.Н.<sup>1</sup>

ФГУ ФНЦ НИИ Системных исследований РАН, s\_p\_n\_1974@bk.ru

<sup>1</sup>МГУ им. М.В.Ломоносова, механико-математический ф-т, nataly.chentsova@gmail.com

*Светлой памяти С.Я. Ищенко посвящается*

**Определение.** Пусть  $k \in \mathbb{N}^+$  и пусть матричные элементы  $(H_s^{(k)})_{\ell,m} \in \mathbb{R}$  с индексами  $\ell, m = \overline{1, k}$  квадратной матрицы  $H_s^{(k)} \in \mathbb{R}^{k \times k}$  порядка  $k$  заданы при  $s = \overline{1, 4}$  и  $q \in \mathbb{R}^+$  следующими формулами:

- $(H_1^{(k)})_{\ell,m} = \begin{cases} (2 \cdot q^2 / \pi^2) * (1./(\ell - m)^2 - 1./(\ell + m)^2), & \text{при } \ell \neq m, \\ q^2 / 3 - 2 \cdot q^2 / (2 \cdot \pi * \ell)^2 + (\pi * \ell / q)^2, & \text{при } \ell = m, \end{cases}$
- $(H_2^{(k)})_{\ell,m} = \begin{cases} (2 \cdot q^2 / \pi^2) * (1./(\ell - m)^2 - 1./(\ell + m - 1)^2), & \text{при } \ell \neq m, \\ q^2 / 3 - 2 \cdot q^2 / (\pi * (2 \cdot \ell - 1))^2 + (\pi * (\ell - 0.5) / q)^2, & \text{при } \ell = m, \end{cases}$
- $(H_3^{(k)})_{\ell,m} = \begin{cases} (-1)^{\ell+m} * (2 \cdot q^2 / \pi^2) * (1./(\ell - m)^2 - 1./(\ell + m)^2), & \text{при } \ell \neq m, \\ q^2 / 3 - 2 \cdot q^2 / (2 \cdot \pi * \ell)^2 + (\pi * \ell / q)^2, & \text{при } \ell = m, \end{cases}$
- $(H_4^{(k)})_{\ell,m} = \begin{cases} (-1)^{\ell+m} * (2 \cdot q^2 / \pi^2) * (1./(\ell - m)^2 - 1./(\ell + m - 1)^2), & \text{при } \ell \neq m, \\ q^2 / 3 - 2 \cdot q^2 / (\pi * (2 \cdot \ell - 1))^2 + (\pi * (\ell - 0.5) / q)^2, & \text{при } \ell = m, \end{cases}$

где  $q \in \{7., 12., 20.\}$ ,  $\pi = 4 \cdot \arctan(1.)$ .

**Утверждение.** Вычисления собственных значений матрицы  $H_s^{(k)} \in \mathbb{R}^{k \times k}$ ,  $s = \overline{1, 4}$  по формулам QR-алгоритма показали, что при  $q \in \{7., 12., 20.\}$  матрицы  $H_s^{(k)} \in \mathbb{R}^{k \times k}$  положительно определены и имеют однократные упорядоченные (почти всегда) собственные значения  $\lambda_{s,j}^{(k)} > 0$  при  $j = \overline{1, k}$ . Причем при  $k \rightarrow \infty$  минимальные собственные значения с хорошей точностью приближаются к нечетным целым числам с шагом 4. Вычисления на ЭВМ по формулам QR-алгоритма проводились в соответствии с ([1], [2]) со сдвигами, описанными там же. Параметры сдвигов подбирались студентами самостоятельно из предложенного в [1] списка на страницах 188, 189.

## Литература

1. Богачев К.Ю. Практикум на ЭВМ. Методы решения линейных систем и нахождения собственных значений. – М.: Издательство ЦПИ при механико-математическом ф-те МГУ, 1999. 200 стр.
2. Размыслов Ю.П., Ищенко С.Я. Практикум по вычислительным методам алгебры. – М.: Издательство МГУ, 1989. 184 стр.