

# ФОКУСНОЕ ОПИСАНИЕ ЭМПИРИЧЕСКИХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФОРМ

Т.А. Ракчеева

Институт машиноведения им А.А.Благонравова РАН  
Россия, 117334, Москва, Бардина, 4, [rta\\_ra@list.ru](mailto:rta_ra@list.ru)

Большое число прикладных задач для своего решения требуют аналитического описания эмпирической формы того или иного объекта, ассоциируемой, как правило, с формой ограничивающей его замкнутой кривой. Вопрос об адекватности класса многофокусных лемнискат для приближения гладких замкнутых кривых обсуждается в ряде работ автора [1-3]. Фокусная аппроксимация эмпирических геометрических форм предоставляет фокусные степени свободы, адекватные для формообразования, анализа и управления формой. Без ограничения общности исследование теоретических аспектов данной работы выполняется на плоскости.

Настоящая работа представляет дальнейшие исследования сравнительных свойств фокусных кривых в классе *квазиземнискат*, задаваемых аддитивным инвариантом функций расстояний  $f(r)$  от точек кривой до ее фокусов, с точки зрения возможностей использования их в качестве аппроксимирующих кривых для описания гладких форм.

Предъявление наиболее общих требований, к функции  $f(r)$ , имеющей смысл расстояния, выделяет класс квазиземнискат, инвариантный относительно преобразований, сохраняющих геометрическую форму, который определяется степенными функциями расстояния вида  $f(r)=r^a$  ( $0<a<1$ ) и составляет непрерывный диапазон семейств многофокусных кривых от эллипсов ( $f(r) = r$ ) до лемнискат ( $f(r) = \ln r$ ) [3]. Рассмотренные свойства квазиземнискат, задаваемые различными функциями расстояния (в зависимости от  $\alpha$ ), отражаются и на их аппроксимационных возможностях. С уменьшением  $\alpha$  соответствующее семейство квазиземнискат отдаляется по своим свойствам от семейства эллипсов и приближается к семейству лемнискат. Дополнение совокупности требований к функции расстояний  $f(r)$  необходимостью размещения всех фокусов внутри аппроксимируемой кривой приводит к дальнейшему сужению класса аппроксимирующих квазиземнискат ( $0<a<1$ ) до лемнискат. Обоснование содержится в соотношении:  $n((r+1)^{1/n} - 1) \rightarrow \ln r$  при  $n \rightarrow \infty$ . Таким образом, анализ класса многофокусных квазиземнискат выделяет семейство лемнискат как удовлетворяющее наиболее общим требованиям к функции расстояния и описанию гладких геометрических форм и их инвариантов.

## Литература

1. Ракчеева Т.А. Многофокусные лемнискаты: приближение кривых. // Журнал вычислительной математики и математической физики том 50, номер 11, год 2010. Стр. 2060-2072.
2. Ракчеева Т.А. Фокусная аппроксимация на комплексной плоскости. // Журнал вычислительной математики и математической физики том 51, номер 11, год 2011. Стр.1963–1972.
3. Ракчеева Т.А. Квазиземнискаты в задаче приближения формы кривых. //Интеллектуальные системы номер 1, год 2010. Стр. 79-96.