

РАЗНОСТНЫЕ СХЕМЫ В ПРОСТРАНСТВЕ НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ И ДВОЙСТВЕННЫЕ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Лобанов А.И.

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Рассмотрим семейство разностных схем, аппроксимирующих простейшее линейное уравнение переноса и определенных на явном четырехточечном шаблоне

$$u_m^{n+1} = \sum_{\mu=-2}^1 \alpha_\mu u_{m+\mu}^n$$

Пространства неопределенных коэффициентов разностных схем для модельного уравнения гиперболического типа впервые введены в рассмотрение в статье А.С. Холодова [1]. Дальнейшее развитие техники исследования разностных схем в пространствах неопределенных коэффициентов подробно описано в [2]. Не все возможности исследования разностных схем в пространствах неопределенных коэффициентов исчерпаны.

Выпишем условия аппроксимации схемы на гладких решениях задачи Коши. Такие гладкие решения возникают, если начальное условие представляет собой гладкую необходимую число раз непрерывно дифференцируемую функцию. Для исследования на аппроксимацию используем обычные разложения проекции точного решения в ряды Тейлора. Будем рассматривать такие разностные схемы, для которых первое дифференциальное приближение допускает корректную постановку задачи Коши. Рассматривается решение задачи минимизации диссипативной ошибки схем с положительной аппроксимацией. Отметим, что в рассматриваемой постановке решение задачи найдено в [2], предлагаемый здесь способ решения позволяет проиллюстрировать постановку задачи и описать метод решения, отличный от предложенного в [2].

Известно [3], что в линейной задаче точки, где достигается максимальное значение двойственного функционала (и минимальное значение функционала основной задачи) удовлетворяют условиям дополняющей нежесткости. Сами условия дополняющей нежесткости суть следствие более общих условий существования экстремума, дающихся теоремой Куна–Таккера.

Показано, что при смене целевой функции на основе анализа двойственной задачи можно построить семейство гибридных разностных схем, включающее в себя известную схему Р.П. Федоренко.

Литература

1. А.С. Холодов, О построении разностных схем с положительной аппроксимацией для уравнений гиперболического типа // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1978, том 18, № 6, 1476–1492
2. М.-К. М. Магомедов, А. С. Холодов. Сеточно-характеристические численные методы. — М.: Наука, 1988. — 288 с.
3. А. А. Шананин, Н. К. Обросова. Экономическая интерпретация двойственности в задачах линейного программирования – М., Изд-во РУДН, 2007 – 36 с.