

МУЛЬТИ НЕЯВНЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЖЕСТКИХ СИСТЕМ ОДУ

Васильев Е.И., Васильева Т.А.

Волгоградский государственный университет, Россия, 40062, Волгоград,
Университетский проспект 100, (8442) 460261, tatiana_vas@mail.ru

Жесткие задачи встречаются во многих областях науки и техники, включая кинетику химических реакций, гидродинамику многофазных течений, приложения в биологии и др. При численном решении таких задач возникает ряд проблем, связанных с устойчивостью, точностью и вычислительной сложностью применяемых методов. В настоящей работе рассматривается новое семейство разностных схем, которое является расширением семейства мульти- неявных схем со второй производной [1]. Присутствие матриц Якоби в разностной схеме позволяет повысить порядок аппроксимации схемы без увеличения вычислительной сложности при ее реализации.

В приложениях численных методов для жестких систем центральной является проблема устойчивости методов. Требование абсолютной устойчивости неизбежно приводит к неявным разностным методам. Однако и для них существуют ограничения, например, порядковый барьер Далквиста: неявные линейные многошаговые методы выше второго порядка не могут быть А-устойчивыми. Однако для очень жестких задач условие А-устойчивости может оказаться недостаточным. Для них требуются L-устойчивые методы.

В классических многошаговых методах используется информация в нескольких предшествующих точках. В противоположность этому в данной работе рассматриваются методы, которые используют несколько последующих точек, для каждой из которых записывается отдельное разностное уравнение. Такой подход приводит к построению семейства так называемых мульти-неявных методов со второй производной (m-Implicit Second Derivative). mISD-схема представляет собой систему разностных уравнений. Порядок аппроксимации отдельных уравнений можно варьировать с сохранением порядка схемы в целом, что позволяет расширить семейство mISD-схем. В данной работе подробно рассмотрено такое расширенное трехпараметрическое семейство для 2ISD-схем. Показано, что среди множества А-устойчивых 2ISD-схем существует два семейства: семейство L-устойчивых схем и семейство схем повышенной точности для линейных задач. Проведено тестирование таких разностных схем на линейной и нелинейной задачах с различной степенью жесткости. Представленные зависимости интегральной погрешности численного решения от величины шага интегрирования хорошо демонстрируют качество устойчивости и точности предлагаемых 2ISD-схем.

Литература

1. Васильев Е.И., Васильева Т.А. Расширенное семейство дважды неявных методов для жестких систем дифференциальных уравнений. – *Вестник ВолГУ, Серия 1 Математика. Физика*, N3 (28), год 2015. Стр.34-43.