

О МИНИМАЛЬНОМ РАССТОЯНИИ ОТ КРАЕВ ИНТЕРВАЛА ДО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОЖИДАНИЯ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Харин А.А.

Современная гуманитарная академия, Россия,
109029, Москва, ул. Нижегородская, д. 32, +7-915-400-9879,
aaharin@yandex.ru

В настоящем докладе рассмотрен вопрос о минимальном расстоянии от краев интервала до математического ожидания μ случайной величины X , выраженном через ее стандартное отклонение σ .

Основное внимание уделено гипотетическим ситуациям «отражения до середины» распределения от края интервала и «прилипания до середины» распределения к краю интервала, позволяющим получить представление о возможных пределах характеристик распределений, подобных нормальному, у краев интервалов.

В частности, рассматриваемый вопрос касается задачи описания влияния шумов, поднятой, напр., в [1]. В [1] показано, что шумы могут приводить к появлению запрещенных зон для математического ожидания у краев интервалов. Однако, при малых уровнях шумов, нижние оценки ширины этих запрещенных зон малы по сравнению с минимальным стандартным отклонением, характеризующим шум.

Пусть дан интервал $[a, b] : (b-a) > 0$ и непрерывная случайная величина X принимает значения на $[x_a, x_b] \subset [a, b]$. Обозначим плотность вероятности величины как f . Пусть f будет интегрируема по Риману.

Рассмотрено тестовое семейство симметричных степенных функций

$$f(x) = h_1 \left(\frac{x}{l_1} \right)^{\beta_1} (\theta(x) - \theta(l_1 - x)) + h_2 \left(\frac{x - l_1}{l_2} \right)^{\beta_2} (\theta(x - l_1) - \theta(l_1 + l_2 - x)), \quad (3)$$

для $x \leq l_1 + l_2 = \mu$ и соответствующим симметричным выражением для $x \geq \mu$. Функции выбраны с невозрастающими краями распределений (что аналогично нормальному распределению). Для удобства, принято $a = 0$ и $x_a = a = 0$.

Для тестового семейства получено $\mu/\sigma > 1$. Однако для гипотетических случаев, при необходимых условиях $l_1 \gg l_2$ и $h_1 \ll h_2$, получено $\mu/\sigma \ll 1$.

Для нормального распределения получены оценки: $\mu/\sigma \approx 0,788$ для «отражения до середины» распределения от края интервала и $\mu/\sigma \approx 0,399$ для «прилипания до середины» распределения к краю интервала.

Литература

1. Харин А.А. Шумы. Новый вероятностный подход для описания. Качественные и топологические следствия шумов // XV Международная конференция по финансово-актуарной математике и эвентологии многомерной статистики том 15, год 2016.