

МЕТОД ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ И ФАЗОВЫХ ПОРТРЕТОВ В ЗАДАЧАХ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ МИКРОБНЫХ ПОПУЛЯЦИЙ

Апонин Ю.М., Апонина Е.А.

Институт математических проблем биологии РАН
Россия, 142290, г. Пущино, ул. Институтская 4
Тел.:(27)73-38-29, факс: (27)33-05-70, e-mail: yma@impb.psn.ru

Во многих задачах физики, химии, биологии возникают математические модели следующего вида:

$$dx/dt = F(x, p), \quad x \in \mathbb{R}_+^n, \quad p \in \mathbb{R}_+^m, \quad (1)$$

где x – переменные, характеризующие состояние моделируемой системы, p – параметры. В 1933 г. А.А.Андронов, развивая идеи А.Пуанкаре и Дж.Биркгофа, сформулировал общую схему качественного исследования динамических систем вида (1) как задачу разбиения параметрического пространства системы на области, соответствующие различным типам топологической структуры разбиения её фазового пространства на траектории. Исследовательская программа А.А.Андропова оказалась чрезвычайно эффективной при решении конкретных задач, относящихся к одномерным или двумерным ($n \leq 2$) динамическим системам, зависящим от одного или двух параметров ($m \leq 2$). В математической биофизике этот подход получил название – метод параметрических и фазовых портретов.

В настоящем докладе рассматриваются примеры эффективного применения метода параметрических и фазовых портретов к динамическим системам размерности $n > 2$, возникающим при математическом моделировании динамики микробных популяций. В рассматриваемых моделях число существенных, т.е. безразмерных параметров $m \geq 4$. Обсуждается следующая схема исследования многопараметрических моделей, не накладывающая каких-либо ограничений на размерность m параметрического пространства.

Совокупность параметров модели разбивается на несколько групп (уровней) с числом параметров в группе не больше трёх. Затем строится параметрический портрет в пространстве параметров первого уровня при фиксированных значениях остальных параметров. Изменения значений параметров второго уровня вызывают соответствующие изменения этого параметрического портрета, который может измениться и качественно (например, может исчезнуть какая-нибудь область параметрического портрета или может появиться новая область). Поэтому в пространстве параметров второго уровня определено своё разбиение на области, соответствующие разным типам параметрического портрета. Аналогичное рассмотрение структуры этого разбиения в зависимости от параметров третьего уровня определяет разбиение на его пространстве параметров и т.д.

Указанная многоуровневая иерархия на совокупности параметров модели в значительной степени определяется объектом и целью моделирования. Однако управляемые параметры естественно размещать на самых нижних уровнях иерархии.