

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ПОЛУЧЕНИЯ СОЛИТОННЫХ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЯ КДФ

Савенкова Н.П., Илютко В.П., Куцаева Е.А.

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
Факультет вычислительной математики и кибернетики,
каф. Вычислительных методов,
Россия, г. Москва, ул. Юных Ленинцев 10/15, корпус 2, кв.75,
тел.: (095)178-11-15, 8-926-145-74-31,
E-mail: benedikta.merlin@gmail.com

Рассмотрим уравнение КДФ:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^3 u}{\partial^3 x} + 3 \frac{\partial (u^2)}{\partial x}, t > 0, -\infty < x < +\infty$$

$$u(\pm\infty, t) = 0, \frac{\partial u}{\partial x}(\pm\infty, t) = 0, t \geq 0$$

$$u(x, 0) = u_0(x), -\infty < x < +\infty,$$

которое описывает движение уединенной волны на мелководье.

Аналитически можно показать, что решение солитонного типа уравнения КДФ находится по формуле:

$$u_1(x, t) = \frac{c}{2} \operatorname{sch}^2\left(\frac{\sqrt{c}}{2}(x - ct + \delta)\right), \text{ где } c = k^2, k \in \mathbb{N}, \delta - \text{ постоянная интегрирования.}$$

Как правило, при нахождении солитонных решений различной природы используются уникальные, построенные конкретно для рассматриваемой математической постановки разностные схемы и методы поиска этого решения.

В настоящей работе представлены два численных метода, которые могут применяться для поиска солитонов, описываемых различными типами нелинейных дифференциальных уравнений, и в этом смысле являющихся универсальными. Приводятся сравнения результатов расчетов, полученные при использовании этих методов при исследовании на уравнении КДФ.

Литература:

1. Мива Т., Джимбо М., Датэ Э. Солитоны: дифференциальные уравнения, симметрии и бесконечномерные алгебры. - Москва: МЦНМО, 2005.
2. Торохова Т.В., Савенкова Н.П., Трофимов В.А. Численное моделирование солитонных решений в задаче распространения фемтосекундного импульса в среде с кубической нелинейностью// Прикладная математика и информатика, сборник факультета ВМиК, №2, 1999. Стр. 63-68.