

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУМЕРНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН, СВЯЗАННЫХ КОПУЛОЙ ГРАББСА

Ширяева Л.К.

Самарский государственный экономический университет, Институт систем управления,
каф. Математической статистики и эконометрики, Россия, 443090, Самара,
ул.Советской армии, д. 141, Тел.:(846)933-87-98, Shiryeva_LK@mail.ru

Пусть $\{X_i\}_{i=1}^n$ — случайная выборка из n значений нормально распределенной случайной величины X . Рассмотрим статистики Граббса, вычисленные по этой выборке

$$T_n^{(1)} = \max_{1 \leq i \leq n} \{(X_i - \bar{X})/S\}; \quad T_{n,(1)} = - \min_{1 \leq i \leq n} \{(X_i - \bar{X})/S\}$$

Известно, что $P(T_n^{(1)} < t) = P(T_{n,(1)} < t)$. Пусть $F_n^{(1)}(t) = P(T_n^{(1)} < t)$ и $\Lambda_n(t_1, t_2) = P(T_{n,(1)} < t_1, T_n^{(1)} < t_2)$. Рекурсивные соотношения для описания $F_n^{(1)}(\cdot)$ и $\Lambda_n(\cdot)$ найдены в [1] и [2]. В [3] копула Граббса C_{Gr} построена инверсией из $\Lambda_n(t_1, t_2)$.

Пусть $\phi_n(\cdot)$ — функция, обратная функции $F_n^{(1)}$. Тогда, согласно следствию из теоремы Склара [4], для $\forall(u, v) \in [0, 1]^2$ существует единственная копула-функция $C_{Gr}(u, v; n) : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$, такая что $C_{Gr}(u, v; n) = \Lambda_n(\phi_n(u), \phi_n(v))$.

В настоящей работе разработан алгоритм моделирования совместных распределений случайных переменных X и Y , заключенных в копулу C_{Gr} . Он позволяет вычислять значения совместной функции распределения $H(x, y; n) = P(X < x, Y < y)$ и совместной плотности $h(x, y; n)$ случайных величин X и Y , заключенных в копулу Граббса. Алгоритм содержит следующие процедуры:

- 1)рекурсивные процедуры вычисления $\Lambda_n(t_1, t_2)$ и $v_n(t_1, t_2) = \partial^2 \Lambda_n(t_1, t_2) / \partial t_1 \partial t_2$;
- 2)процедуру вычисления совместной функции распределения

$$H(x, y; n) = \Lambda_n(\phi_n(R(x)), \phi_n(S(y)); n), \text{ где } R(x) = P(X < x); S(y) = P(Y < y);$$

- 3)процедуру вычисления совместной плотности: $h(x, y; n) = \partial^2 H(x, y; n) / \partial x \partial y$.

Литература.

1. J.Zhang et. al. The null distribution of the likelihood-ratio test for one or two outliers in a normal sample// *An Official Journal of the Spanish Society of Statistics and Operations Research* **15**, 1, 2006. P. 141–150.
2. Л.К. Ширяева О нулевом и альтернативном распределении статистики критерия наибольшего по абсолютной величине нормированного отклонения// *Изв. вузов. Матем.*, 10, 2014. Стр 62–78.
3. Л.К. Ширяева О хвостовой зависимости для копула-функции Граббса// *Изв. вузов. Матем.*, 12, 2015. Стр 66–83.
4. R.B. Nelsen An Introduction to Copulas.Lecture Notes in Statistics. — Springer-Verlag, 2006. 276 p.