

## АВТОМОДЕЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ТЕПЛОЙ КОНВЕКЦИИ, ОСРЕДНЕННОЙ ПО ТОНКОМУ СЛОЮ

Сахарова Л.В.

Ростовский государственный экономический университет (РИНХ),  
Факультет компьютерных технологий и информационной безопасности,  
кафедра фундаментальной и прикладной математики,  
Россия, 346720, г.Аксай Ростовской области, ул. М.Горького, №9,  
Тел.: +7 989 613 0572,  
E-mail: L\_Sakharova@mail.ru

Рассмотрен процесс построения автомодельных решений задачи тепловой конвекции, осредненной по тонкому слою. Задача возникает в процессе моделировании пленок, расположенных на горизонтальном основании, с поверхности которых происходит испарение жидкости [1]. Она имеет существенное применение в медицинской диагностике, кристаллографии белка, для растягивания ДНК и РНК, производстве наноструктур, создании структурированных поверхностей, полиграфии и т.д. Целью моделирования является выявление процессов самоорганизации, протекающих при испарении капель биологических жидкостей. Модель испарения жидкости, содержащей твердую примесь, построена при помощи осреднения уравнений Обербека-Буссинеска на основе метода «смазки» (Lubrication theory) [2]:

$$h_t + \operatorname{div} (h^2 s) = -V_0 \varphi; \quad (1)$$

$$s_t - \frac{2}{3} h s \operatorname{div} s + \frac{4}{3} h s \nabla s = 0; \quad (2)$$

$$\varphi_t - \frac{2}{3} h \varphi \operatorname{div} s + \frac{4}{3} h s \nabla \varphi = 0; \quad (3)$$

$$c_t + h s \nabla c = D \Delta c, \quad (4)$$

где  $h$ ,  $s$ ,  $\varphi$ ,  $c$  – осредненные неизвестные функции двух координат и времени: функция поверхности пленки, плотность потока жидкости, поток тепла, концентрация примеси. В зависимости от физической постановки задачи уравнения (1) – (4) дополняются краевыми условиями, определяемыми физико-химическими свойствами жидкости, горизонтальной поверхности и окружающей среды. Для задачи (1) – (4) предложены автомодельные замены, позволяющие свести трехмерную задачу к двумерной. В частности, построено аналитическое решение для автомодельной замены:  
 $h = H(x, y) \exp(\lambda t)$ ,  $s = S(x, y) \exp(-\lambda t)$ ,  $\varphi = \Phi(x, y) \exp(\lambda t)$ ,

где  $H, S = (S_1, S_2), \Phi$  – новые переменные, а  $\lambda$  – параметр затухания по времени.

### Литература

1. *Oron A., Davis S.H., Bankoff S.G.* Long-scale evolution of thin liquid films. – Rev. Mod. Phys. (1997) vol. 69, No. 3, pp.931–980.
2. *Жуков М.Ю.* Linear and nonlinear waves. – Ростов-на-Дону: Издательство Южного федерального университета 2014. 192 С. (In English).