

ИРРЕФЛЕКСИВНАЯ МОДАЛЬНОСТЬ И ЛОГИКА ДАММЕТА

Яшин А.Д.

127051, Москва, ул. Сретенка, 29. МГППУ.

В работе [1] построена счётная последовательность φ -логик $\mathcal{L}^0, \mathcal{L}^1, \dots$, т.е. расширений суперинтуиционистской логики Даммета LC (логики цепей, [2]) в языке с дополнительной связкой $\varphi(\cdot)$, интерпретируемой в моделях Крипке как *иррефлексивная модальность* $x\varphi(A) \equiv \forall y > x : yA$. Каждое из этих φ -логик \mathcal{L}^k : (а) консервативна над LC (т.е. фрагмент \mathcal{L}^k , состоящий из формул исходного языка, совпадает с LC); (б) содержит аксиому замены для φ (т.е. формулу $(p \leftrightarrow q) \rightarrow (\varphi(p) \leftrightarrow \varphi(q))$); (в) не допускает присоединения явных соотношений для φ (т.е. при добавлении к \mathcal{L}^k формулы вида $\varphi(p) \leftrightarrow B$, где B не содержит φ , нарушается консервативность \mathcal{L}^k). Другими словами, каждая φ -логика \mathcal{L}^k определяет в LC новую логическую связку по П.С. Новикову [3]. Все \mathcal{L}^k попарно несовместимы над LC , т.е. $\mathcal{L}^k \cup \mathcal{L}^l$ порождает неконсервативную над LC φ -логику.

В данной работе к указанным примерам добавляются ещё три примера φ -логик над LC , именно $\mathcal{L}\mathcal{C}$ — φ -логика класса всех конечных цепей, $\mathcal{L}([0, 1))$ и $\mathcal{L}([0, 1])$ — φ -логики полуинтервала и отрезка вещественной прямой соответственно.

Теорема. *Каждая из трёх φ -логик $\mathcal{L}\mathcal{C}$, $\mathcal{L}([0, 1))$ и $\mathcal{L}([0, 1])$ определяет новую логическую связку в LC по П.С. Новикову и несовместима с каждой \mathcal{L}^k . Между собой эти три φ -логики также попарно несовместимы.*

Отыскание подобных примеров можно отнести к периоду "первоначального накопления фактов" на пути получения исчерпывающего описания семейства максимальных консервативных расширений логики Даммета, каждое из которых определяет новую логическую связку по П.С. Новикову (*проблема П.С. Новикова* [3]).

Литература.

1. Яшин А.Д. Иррефлексивная модальность как новая логическая связка в логике Даммета.// *Сиб. матем. журнал*, 2014, **55**, 1. С.228–234.
2. Dummett M. A propositional calculus with denumerable matrix.// *Journal Symb. logic*, 1959, **24**, 1. P.97–106.
3. Сметанич Я.С. Об исчислении высказываний с дополнительной операцией.// *ДАН СССР*, 1961, **139**, 2. С.309–312.