

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ АСПЕКТОВ КОНКУРЕНЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОБОБЩЕНИЯ МОДЕЛИ ЛОТКИ-ВОЛЬТЕРРА

Чернышенко В.С., Белозеров В.Е., Чернышенко С.В.

Днепропетровский национальный университет,
факультет прикладной математики
Украина, 49050, г. Днепропетровск, пр. Гагарина, 72
Тел.: +38 067 5658973, факс: +38 0562 462201, E-mail: svc@a-teleport.com

В работе рассматриваются проблемы инвариантного анализа одной из модификаций модели конкуренции вольтерровского типа. Кроме теоретического значения, исследование представляет интерес для практической классификации систем такого рода (в зависимости от значений их параметров), а также для получения канонической формы системы. Количество независимых параметров и их конкретное место в модели – это важная характеристика любой системы, поскольку от нее зависят подходы к исследованию системы методами теории бифуркаций, а также содержательная интерпретация, идентификация и оптимизация параметров, что является важной частью процесса математического моделирования любой экологической системы.

В настоящей работе предлагается модель, которая построена на основе энергетического подхода к описанию динамики популяций. Считается, что каждая из популяций характеризуется определенной «мощностью», т.е. количеством энергии, которой она располагает для реализации своих экологических функций. Классическая модель Лотки-Волтерра соответствует предположению, что все энергетические ресурсы популяций направлены на развитие, наличие же конкуренции вносит в этот процесс помехи. Используем иное представление – энергетические ресурсы, которые ограничены и делятся популяцией между двумя процессами: развитием и конкуренцией. Часть, идущая на конкуренцию, определяется численностями популяций-конкурентов аналогично классической модели, а также параметром L_x , отражающим степень нацеленности популяции на конкуренцию. Получим следующую форму модели конкуренции:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = r_x \cdot \frac{1}{1 + L_x \cdot x \cdot y} \cdot x \cdot \left(1 - \frac{x}{K_x}\right) - r_y \cdot \frac{L_y \cdot x \cdot y}{1 + L_y \cdot x \cdot y} \cdot y \cdot \left(1 - \frac{y}{K_y}\right); \\ \frac{dy}{dt} = r_y \cdot \frac{1}{1 + L_y \cdot x \cdot y} \cdot y \cdot \left(1 - \frac{y}{K_y}\right) - r_x \cdot \frac{L_x \cdot x \cdot y}{1 + L_x \cdot x \cdot y} \cdot x \cdot \left(1 - \frac{x}{K_x}\right); \end{cases}$$

В работе найдены все топологически неэквивалентные фазовые портреты модели для случая ненулевого дискриминанта матрицы Якоби. Их восемь, и они демонстрируют большое потенциальное разнообразие сценариев экологической конкуренции. Очень интересна возможность колебательных режимов конкуренции, которые известны в природе, но не описываются классическими моделями. Особенно любопытны случаи с предельным циклом, т.е. асимптотические режимы с незатухающими колебаниями.