

СИСТЕМА ГАМИЛЬТОНА-ЭРЕНФЕСТА ТИПА (K,0) ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ГРОССА-ПИТАЕВСКОГО

Кулагин А.Е., Трифонов А.Ю., Шаповалов А.В.¹

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Физико-технический институт, каф. Высшей математики и математической физики,
Россия, 634050, г. Томск, проспект Ленина, д. 30,
Тел.: (38-22)60-63-35,
E-mail: aek8@tpu.ru

¹ Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Физический факультет, каф. Теоретической физики,
Россия, 634050, г. Томск, проспект Ленина, д. 36,
Тел./факс: (38-22)52-96-51.

Нелокальное уравнение Гросса-Питаевского используется для описания Бозе-Эйнштейновского конденсата [1], в нелинейной оптике и т.д. В данной работе исследуется система интегро-дифференциальных уравнений

$$\dot{\vec{X}}(s,t) = \frac{\vec{P}(s,t)}{m}, \quad \dot{\vec{P}}(s,t) = -V_{\vec{x}}(\vec{X}(s,t)) - \kappa \int_D \sigma(r) \cdot W_{\vec{x}}(\vec{X}(s,t), \vec{X}(r,t)) dr, \quad s \in D \subset \mathbb{R}^k, \quad (1)$$

которая называется системой Гамильтона-Эренфеста типа $(k, 0)$ и описывает динамику области локализации Λ_t^k квазиклассически сосредоточенных решений нелокального уравнения Гросса-Питаевского. Здесь $V(\vec{x})$ потенциал внешнего поля магнитной ловушки, $W(\vec{x}, \vec{y})$ – потенциал взаимодействия частиц конденсата ($W(\vec{x}, \vec{y}) = W(\vec{y}, \vec{x})$).

Показано, что если потенциал магнитной ловушки квадратичный $V(\vec{x}) = (\vec{x}, A\vec{x}) + (\vec{b}, \vec{x})$, а потенциал взаимодействия является разностным $W(\vec{x}, \vec{y}) = W(\vec{x} - \vec{y})$, то решение системы интегро-дифференциальных уравнений (1) определяется вспомогательной системой обыкновенных дифференциальных уравнений. В аналитической форме найдены решения системы (1) для потенциалов с аксиальной симметрией.

Работа частично поддержана Программой повышения конкурентоспособности ТГУ среди ведущих мировых научно-образовательных центров и программой «Наука», контракт № 1.676.2014/ К.

Литература

1. *Питаевский Л.П.* Конденсация Бозе-Эйнштейна в магнитных ловушках. Введение в теорию // *Успехи физических наук* том **168**, номер 6, год 1998. Стр. 641-653.