СПЛАЙН ФУНКЦИЯ С МИНИМАЛЬНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ В ЗАДАЧАХ ИНТЕРПОЛЯЦИИ И АППРОКСИМАЦИИ

Дмитриев В.И., Ингтем Ж. Г.

Россия 119992 г. Москва, Ленинские Горы, Московский Государственный университет им. М.В Ломоносова, ф-т ВМК, каф. Математической физики, тел. 939-19-19

В настоящее время наиболее часто при решении задач интерполяции и аппроксимации используется квадратичный сплайн, который полностью определяется заданием функции на некоторой сетке и производной в начальной точке. Как правило, производная в начальной точке неизвестна, и, обычно, ее определяют как разностную производную. Однако, при относительно большом шаге сетки, такое определение производной имеет большую погрешность, что сказывается на устойчивости сплайна. В настоящей работе, учитывая [1], будет показано, как можно успешно решать задачи 1-интерполяции и 2-аппроксимации с использованием такого сплайна.

1-Строится квадратичный сплайн $S(x)\in C^1[a,b]$ на равномерной сетке с шагом *h*, где узлы интерполяции и узлы сплайна совпадают. $f_i = f(x_i); i = 0,1,..N$

$$S_n(x) = \frac{p_n}{h}(x - x_n)(x_{n+1} - x) + f_{n+1}\frac{(x - x_n)^2}{h^2} + f_n\frac{(x_{n+1} - x)(x_{n+1} + x - x_n)}{h^2}; x\in [x_n, x_{n+1}]$$

Непрерывность $S'(x)$ позволяет выразить все p_n через p_0. В результате получается сплайн $S(x, f, p_0)$, зависящий от значений $\bar{f} = (f_0, f_1,..., f_N)$ и от p_0, который находится так, чтобы на нем достигался $\min\|S'(x)\|^2_{L_2}$. p_0 зависит только от заданных $\bar{f} = (f_0, f_1,..., f_N)$, т.е. для построения сплайна с минимальной нормой производной достаточно использовать значение f_i. Определение p_0 из $\min\|S'(x)\|^2_{L_2}$ не обязательно проводить на всем отрезке $[a,b]$. Можно ограничится отрезком $[a, x_M]$; $M < N$.

2- В задаче аппроксимации значения f_i известны с большой погрешностью $\tilde{f}_i$. Поэтому точные значения $f_i = f(x_i)$ и p_0 находятся из условия: $\min\limits_{\bar{f}, p_0}\left\{\|f_i - S(x_i, \bar{f}, p_0)\|^2_{R_n} + \alpha\, \|S'(x, \bar{f}, p_0)\|^2\right\}$, где α - ошибка изменения функции *f(x)*, выбирается из условия $\|f_i - S\|^2_{R_n} = \delta^2$. Задачу аппроксимации можно упростить, если взять p_0 по 4-м точкам, так как это дает достаточно хорошее приближение.

Литература

1. Дмитиев В.И. Ингтем Ж. использование сплайн аппроксимации при решении интегрального уравнения первого рода// Прикладная математика и информатика №14, 2003, стр 5-10.