РАЗЛИЧНЫЕ ПОДХОДЫ К ПРЕДСТАВЛЕНИЮ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ С ВЕЙВЛЕТОМ МОРЛЕ КАК РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Постников Е.Б.

Курский государственный университет, Россия, 305000, Курск, ул. Радищева, 33.

В настоящее время непрерывное вейвлет-преобразование находят широкое применение для анализа временных рядов и сигналов. Заметное отличие ядра такого преобразования от нуля лишь на небольшом участке позволяет использовать его для локального спектрального анализа, что, в частности, является весьма важным для изучения временного поведения решений, порождаемых нелинйными динамическими системами, а также сложных пространственных структур.

С этой точки зрения, наибольшие преимущества доставляет непрерывное вейвлет-преобразование с вейвлетом Морле

$$w(a,b) = \frac{1}{\sqrt{2a^2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\omega_0 \frac{t-b}{a}} e^{-\frac{(t-b)^2}{2a^2}} dt.$$

Можно показать [1, 2], что данное интегральное преобразование может быть интерпретировано как решение задачи Коши для двух вариантов дифференциальных уравнений в частный производных. Первый содержит в качестве независимых переменных непосредственно параметры преобразования a и b, $\partial_a w(a,b) = s\partial_b^2 w(a,b) - i\omega_0 \partial_b w(a,b)$, а начальное условие отличается от преобразуемой функции лишь на постоянный множитель: $w(0,b) = f(b)\exp(-\omega_0)^2)$.

Второй вариант позволяет исследовать преобразование при различной частотно-временной локализации. Введя в качестве перменной период $\nu = \omega_0/\pi a$, искомое преобразования определяется как $w(a,b) = u(\tau,b)\exp(i\pi\nu b)$, где $u(\tau,b)$ - решение уравнения $\partial_\tau u = \left(2\pi^2\nu^2\right)^{-1} \partial_b^2 u$, взятое в "момент времени"$\tau = \omega_0^2$. Соотвествующее начальное условие есть

$$\begin{aligned} u(0,b) = {} & [\mathrm{Re}(f(b))\cos(\pi\nu t) + \mathrm{Im}(f(b))\sin(\pi\nu b)] + \\ & i\,[\mathrm{Im}(f(t))\cos(\pi\nu t) - \mathrm{Re}(f(t))\sin(\pi\nu t)]\,. \end{aligned}$$

Обсуждаются преимущества представленных алгоритмов расчета для обработки астрофизических и биологических данных.

Литература.

1. *Е.Б. Постников* Вычисление непрерывного вейвлет–преобразования как решение задачи Коши для системы дифференциальных уравнений в частных производных// *Журн. выч. мат. матем. физ.* **46**, 1, 2006. С. 77–82.
2. *Е.Б. Постников* О точности синхронизации вейвлетной фазы хаотических сигналов // *ЖЭТФ* **132**, 3, 2007. С. 742–745.