R-МОДИФИКАЦИЯ МЕТОДА ГАУССА

Сорокин П.Н., Ченцова Н.Н.

НИИСИ РАН, Москва, E-mail: s_p_n_1974@bk.ru
[1] МГУ им. М.В.Ломоносова, механико-математический факультет

R-модификацией метода Гаусса для решения системы линейных уравнений: $\sum_{1\le j\le k}(A^{(k)})_{i,j}\cdot(x^{(k)})_j=(b^{(k)})_i,\ i=\overline{1,k}, k\in N^+$,

с матрицей $A^{(k)}$, правой частью $b^{(k)}$ относительно неизвестного $x^{(k)}$, называется алгоритм, отличающийся от метода Гаусса [1,2] процедурой выбора ведущего элемента: в начале n-го шага выбирается первый в лексикографическом порядке максимальный по модулю элемент $u_n^{(k)}$ в соответствующей этому шагу подматрице.

Теорема. Пусть $k\in N^+$. Пусть $A_n^{(k)}, b_n^{(k)}, u_n^{(k)}$, $n=\overline{1,k}$, - матрица, вектор-столбец, ведущий элемент n-го шага R-метода Гаусса, и $q_n^{(k)}=u_n^{(k)}/u_{n-1}^{(k)}$, $n=\overline{2,k}$. Тогда

1. $0\le u_n^{(k)}\le 2\cdot u_{n-1}^{(k)},\quad 0<q_n^{(k)}\le 2,\quad n=\overline{2,k}$.
2. Если $(A_{n+2}^{(k)})_{i,j}\ge 0$, при $i,j=\overline{n-1,k},\ n\ge 2$, тогда
   $0\le u_n^{(k)}\le u_{n-1}^{(k)},\quad 0<q_n^{(k)}\le 1,\quad n=\overline{2,k}$.
3. Если существует последовательный предел $u=\lim_{n\to\infty}(\lim_{k\to\infty}u_n^{(k)})$ и $0<u<+\infty$,

   тогда существует последовательный предел $q=\lim_{n\to\infty}(\lim_{k\to\infty}q_n^{(k)})$ и $q=1$.
4. Если существует предел $u^-=\underline{\lim}_{n\to\infty}(\underline{\lim}_{k\to\infty}u_n^{(k)})$, $0<u^-<+\infty$, и существует предел $q=\lim_{n\to\infty}(\lim_{k\to\infty}q_n^{(k)})$, тогда $q=1$.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 12-01-00960).

Литература

1. *Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М.* Численные методы. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы,1987.
2. *Богачев К.Ю.* Практикум на ЭВМ. Методы решения линейных систем и нахождение собственных значений. – М.: Издательство механико-математического факультета МГУ имени М.В.Ломоносова, 1999.