АВТОМОРФИЗМЫ СИСТЕМ ВЕКТОРНОГО СЛОЖЕНИЯ С СОСТОЯНИЯМИ

Белов Ю.А.

Россия, 150000, Ярославль, ул. Советская, 14, т. (4852) 458073,
ЯрГУ им. П.Г. Демидова, кафедра теоретической информатики belov45@yandex.ru

Имеются три близкие модели систем переходов: наиболее интересная – сеть Петри, (см.[1]), также VAS и VASS (vector addition system with states) – система векторного сложения с состояниями. К сожалению, в вопросах, связанных с бисимуляцией (т.е. взаимным моделированием) состояний системы, остаётся много неизвестного. Автоморфизм системы доставляет примеры бисимулярных состояний, хотя это не все возможные бисимулярные пары.

Тем не менее, рассмотрение автоморфизмов указанных систем имеет, видимо, определённый интерес.

Определения. Пусть .·˙ ={0, 1, 2, 3, …} множество натуральных чисел (с нулём), Z – множество целых.

Система D векторного сложения с состояниями – VASS размерности r определяется набором: D=<x_0, q_0, W, Q, T>, где $W \subseteq Z^r$, конечное подмножество (векторов сдвига), Q – некоторое конечное множество управляющих состояний, $q_0 \in Q$ – начальное состояние, $x_0 \in$.·˙^{r} – начальный вектор. T $\subseteq Q \times W \times Q$ – отношение, задающее правило переходов. Переход t=(q, w, q') $\subseteq$T означает, что из вектора x в управляющем состоянии q порождается вектор x+w при условии x+w$\in$.·˙^{r} с последующим переходом в состояние q'. Далее естественно определяется множество S достижимости данной системы, полученное в соответствии с правилом переходов T.

Говорят, что имеется автоморфное отображение α системы D на себя, если существует биекция α: S□S достижимых векторов на себя такая, что ∀s, s'∈S s□s' тогда и только тогда, когда α(s)□α(s'). Над переходами часто указывается метка t, чтобы подчеркнуть, что используется один переход.

Если автоморфизм α кроме того, сохраняет порядок, то есть $x \le y$ в S тогда и только тогда, когда $\alpha(x) \le \alpha(y)$ (при покоординатном сравнении), он называется монотонным.

Имеется теорема, аналогичная приведённой в [2].

Теорема 1. Группа Autm(D) всех монотонных автоморфизмов произвольной VAS-системы D конечна и изоморфна некоторой подгруппе симметрической группы порядка r.

Справедливость другого утверждения, отмеченного там же, неизвестна.

Литература

1. Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем М. Мир. 1984 264 с.

2. Белов Ю.А. Замечания об автоморфизмах систем векторного сложения //«Математика Компьютер Образование» Тезисы докладов XX Международной конференции 2012 с. 73