

НАХОЖДЕНИЕ ЗАКРЫТОГО ВЫРАЖЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ СТЕПЕНИ ПОЛИНОМА ПО КРИТЕРИЮ МИНИМУМА СУММ

Кручинин В.В., Перминова М.Ю.

ТУСУР, Россия, 634050, Томск, пр. Ленина 40, kru@2i.tusur.ru

Полиномы являются важным объектом исследования в математике. В данной работе будут рассмотрены степени полиномов, которые необходимы при решении функциональных уравнений и нахождении закрытых выражений коэффициентов композиции производящих функций [1]. Далее рассматривается задача нахождения закрытого выражения коэффициентов k -ой степени полинома при условии минимума числа сумм в полученном выражении.

Введём ряд обозначений: $A_n(x) = \sum_{k=1}^n a_k x^k$ — полином; $[A_n(x)]^k = \sum_{n \geq k} A^\Delta(n, k) x^n$ — k -ая степень полинома $A_n(x)$; $\mu(A_n(x))$ — целое число, обозначающее количество сумм в закрытом выражении коэффициентов $A^\Delta(n, k)$ k -ой степени полинома; $D(A_n(x) : B_p(x), G_l(x), \dots, F_r(x))$ — множество всех декомпозиций полинома $A_n(x)$, где $B_p(x), G_l(x), F_r(x)$ — полиномы порядка p, l и r соответственно.

Теперь можно формализовать критерий данной задачи: $\mu(A_n(x)) \rightarrow \min$ на множестве $D(A_n(x))$. Используя операции сложения, умножения и композиции производящих функций [2], а также алгоритм получения степени полинома, можем оценить $\mu(A_n(x))$:

1. $\mu(A_n(x)) = \mu((ax + bx^2)^k) = 0$.
2. $\mu(A_n(x)) = n - 2$ (алгоритм получения степени полинома [2]).
3. $\mu(A_n(x)) = \mu(B_p(x) + G_l(x)) = 2 + \mu(B_p(x)) + \mu(G_l(x))$.
4. $\mu(A_n(x)) = \mu(B_p(x) \cdot G_l(x)) = 1 + \mu(B_p(x)) + \mu(G_l(x))$.
5. $\mu(A_n(x)) = \mu(B_p(G_l(x))) = 1 + \mu(B_p(x)) + \mu(G_l(x))$.

Для случая (1) закрытое выражение коэффициентов имеет вид $\binom{k}{n-k} a^{2k-n} b^{n-k}$, откуда $\mu(A_n(x)) = 0$. Для случая (2) — $\mu(A_n(x)) = n - 2$. Применение случаев (3–5) позволит получить μ в границах $0 \leq \mu(A_n(x)) \leq n - 2$. В докладе будут рассмотрены примеры.

Литература.

1. Кручинин В.В., Перминова М.Ю. Метод получения выражений коэффициентов композиции производящих функций // Тезисы докладов. Двадцатая международная конференция «Математика. Компьютер. Образование», 2013. Стр. 106.
2. Кручинин В.В., Кручинин Д.В. Степени производящих функций и их применение. — Томск : изд-во ТУСУР, 2013. 236 стр.