

СУЩЕСТВОВАНИЕ НЕПОДВИЖНЫХ ТОЧЕК u -ВЫПУКЛЫХ ОПЕРАТОРОВ

Ле Суан Дай

Воронежский государственный педагогический университет,
Физико-математический ф-т, каф. Математического анализа,
Россия, 394024, г. Воронеж, ул. Советская 2, общ. 1, ком. 223,
Тел.: 8-960-111-0421,
E-mail: ytkadai@yahoo.com

В вещественном банаховом пространстве E с конусом K приводятся признаки существования положительных неподвижных точек непрерывных u -выпуклых операторов.

Определение. Положительный монотонный u -измеримый на конусе $K \cap E$ оператор A называется u -выпуклым [1], если $\forall x \in K(u)$ и $\forall t \in (0,1)$ существует число $\eta = \eta(x,t) > 0$ такое, что $Ax \in (1-\eta)Ax$.

Определение. Пусть E -банахово пространство с конусом K , а элемент $u \in K \setminus \{0\}$ и число $\rho \in [1, \infty)$ - некоторые фиксированные элемент и число. Тогда множество $K_{u,\rho}$, составленное из всех элементов $x \in K$, для каждого из которых существует число $\alpha = \alpha(x) \in [0, \rho]$, такое, что $\alpha u \in x \in \rho \alpha u$, называется конусом Красносельского [1,2].

Теорема. Пусть

1. в вещественном банаховом пространстве E , конус K нормален;
2. непрерывный оператор A u -выпукл;
3. существуют элементы $x_0 > 0, y_0 > 0$ такие, что $Ax_0 \in x_0, Ay_0 \in y_0$;
4. если $x > 0$ и $Ax < x$ то существует элемент $x' \in K_{u,\rho}$, где $K_{u,\rho}$ - некоторый конус Красносельского, такой, что $x' > x$ и $Ax' \in x'$.

Тогда существует положительная неподвижная точка $x_* > 0: Ax_* = x_*$.

Литература

1. Красносельский М. А.. Положительные решения операторных уравнений. -М.: Физматгиз, 1962.-394стр.
2. Бахтин И. А. Конусы в пространствах Банаха.- Воронеж: ВГПИ, 1975.-Ч.1-184стр.